PROVA DE PESQUISA OPERACIONAL

- A prova é sem consulta e pode ser respondida a lápis. Devolva a folha de questões junto com as soluções. Não esqueça do nome.
- As formulações devem seguir o seguinte roteiro: (*a*) definir as variáveis de decisão do problema, (*b*) apresentar a função objetivo, (*c*) apresentar as restrições e identificar seu significado. Quando for solicitada a solução gráfica para o problema, identifique as restrições, numerando-as. Seja organizado nas suas respostas.

1 (50 pts) Resolva os problemas abaixo utilizando o método Simplex. No caso de adicionar variáveis artificiais, utilize o método do M-Grande. Todas as variáveis são do tipo ≥ 0.

a. **Min** $z = -x_1 - 3x_2$

sujeito a:

$2x_1 - x_2 \geq 2$

$-x_1 + 2x_2 \leq 2$

$x_1 \leq 5$

b. Max $z = 2x_1 + x_2 - x_3$

s.a $\quad x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6$

$\quad x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 4$

Nota: Utilize os tableaus nas próximas páginas na solução desses problemas

2 (25 pts) Uma dieta especial utiliza os alimentos X e Y para fornecer as quantidades diárias mínimas dos seguintes nutrientes: 45 miligramas de vitamina A, 64 miligramas de vitamina B e 45 miligramas de vitamina C. Uma porção de alimento X custa \$35 e fornece 15 miligramas de vitamina A, 8 miligramas de vitamina B e 5 miligramas de vitamina C. Uma porção do alimento Y custa \$45 e fornece 3 miligramas de vitamina A, 8 miligramas de vitamina B e 9 miligramas de vitamina C. A dieta deve garantir uma proporção de pelo menos 2 para 1 entre os alimentos Y e X (ou seja, para cada porção do alimento X usada na dieta, pelo menos duas porções de alimento Y devem ser usadas). O objetivo é determinar a combinação de alimentos X e Y que minimiza o custo total.

(a) Apresente a formulação matemática do problema acima, identificando as variáveis de decisão e o significado de cada restrição.

(b) Determine graficamente a solução ótima para o problema acima. Identifique as coordenadas do ponto ótimo e o valor mínimo da função objetivo. *Dica:* são 4 restrições no total e uma delas passa pela origem do gráfico.

3. 25 pts. O Banco Fogliatto funciona de segunda à sexta-feira, das 9 às 17 horas. Baseado em demanda histórica, o banco sabe que precisa de caixas de acordo com a tabela abaixo. O banco utiliza o serviço de dois tipos de caixas. Caixas em turno integral que trabalhem das 9 às 17 horas, cincos dias da semana, com uma hora de almoço (o banco determina quando o funcionário tem a hora do almoço, mas cada funcionário deve ir ou entre meio-dia e 13 horas ou entre 13 horas e 14 horas). Os trabalhadores de turno integral recebem – incluindo os benefícios – R$ 8/hora (incluindo o pagamento pela hora do almoço). O banco pode também requerer serviço de caixas por meio turno. Cada caixa de meio turno trabalha exatamente 3 horas consecutivas em cada dia. O caixa de meio turno recebe R$5/h (não recebe benefícios). Para manter a qualidade adequada para o serviço, o banco decidiu que no máximo cinco caixas de meio turno seriam contratados. Formule o problema de forma a minimizar o custo total dos caixas (basta formular).

Período do dia	Caixas demandados
9–10	4
10–11	3
11–12	4
12–13	6
13–14	5
14–15	6
15–16	8
16–17	8

① Min $z = -x_1 - 3x_2 + Ma_1$

s.a:

$$2x_1 - x_2 + e_1 + a_1 = 2$$

$$-x_1 + 2x_2 + f_2 = 2$$

$$x_1 + f_3 = 5$$

	x_1	x_2	e_1	a_1	f_2	f_3	RHS	PRÉ-PIVOT
z	1	3	0	$-m$	0	0	0	$L_1' = L_1 + mL_2$
a_1	2	-1	-1	1	0	0	2	
f_2	-1	2	0	0	1	0	2	
f_3	1	0	0	0	0	1	5	
z	$1+2m$	$3-m$	$-m$	0	0	0	$2m$	$L_1' = L_1 - (1+2m)L_2'$
a_1	2	-1	-1	1	0	0	2	$L_2' = \frac{1}{2}L_2$
f_2	-1	2	0	0	1	0	2	$L_3' = L_3 + L_2'$
f_3	1	0	0	0	0	1	5	$L_4' = L_4 - L_2'$
z	0	$7/2$	$1/2$		0	0	-1	$L_1' = L_1 - \frac{7}{2}L_3'$
x_1	1	$-1/2$	$-1/2$		0	0	1	$L_2' = L_2 + \frac{1}{2}L_3'$
f_2	0	$3/2$	$-1/2$		1	0	3	$L_3' = \frac{2}{3}L_3$
f_3	0	$1/2$	$1/2$		0	1	4	$L_4' = L_4 - \frac{1}{2}L_3'$
z	0	0	$5/3$		$-7/3$	0	-8	$L_1' = L_1 - \frac{5}{3}L_4'$
x_1	1	0	$-2/3$		$1/3$	0	2	$L_2' = L_2 + \frac{2}{3}L_4'$
x_2	0	1	$-1/3$		$2/3$	0	2	$L_3' = L_3 + \frac{1}{3}L_4'$
f_3	0	0	$2/3$		$-1/3$	1	3	$L_4' = \frac{3}{2}L_4$
z	0	0	0		$-3/2$	$-5/2$	$-31/2$	
x_1	1	0	0		0	1	5	
x_2	0	1	0		$1/2$	$1/2$	$7/2$	
e_1	0	0	1		$-1/2$	$3/2$	$9/2$	

b) Ver gabarito na apostila

$\max z = 2x_1 + x_2 - x_3$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + f_1 = 6$

$x_1 + 4x_2 - x_3 + f_2 = 4$

$\cancel{z}$	x_1	x_2	$\cancel{x_3}$	f_1	f_2	RHS	
z	-2	-1	1	0	0	0	$L_1' = L_1 + 2L_3'$
f_1	1	1	2	1	0	6	$L_2' = L_2 - L_3'$
f_2	1	4	-1	0	1	4	$L_3' = L_3$
	0	7	-1	0	2	8	$L_1' = L_1 + L_2/3$
f_1	0	-3	3	1	-1	2	$L_2' = L_2/3$
$\cancel{f_2}$ x_1	1	4	-1	0	1	4	$L_3' = L_3 + L_2'$
	0	6	0	$1/3$	$5/3$	$8+2/3$	
x_3	0	-1	1	$1/3$	$-1/3$	$2/3$	
x_1	1	3	0	$1/3$	$2/3$	$4\,2/3$	

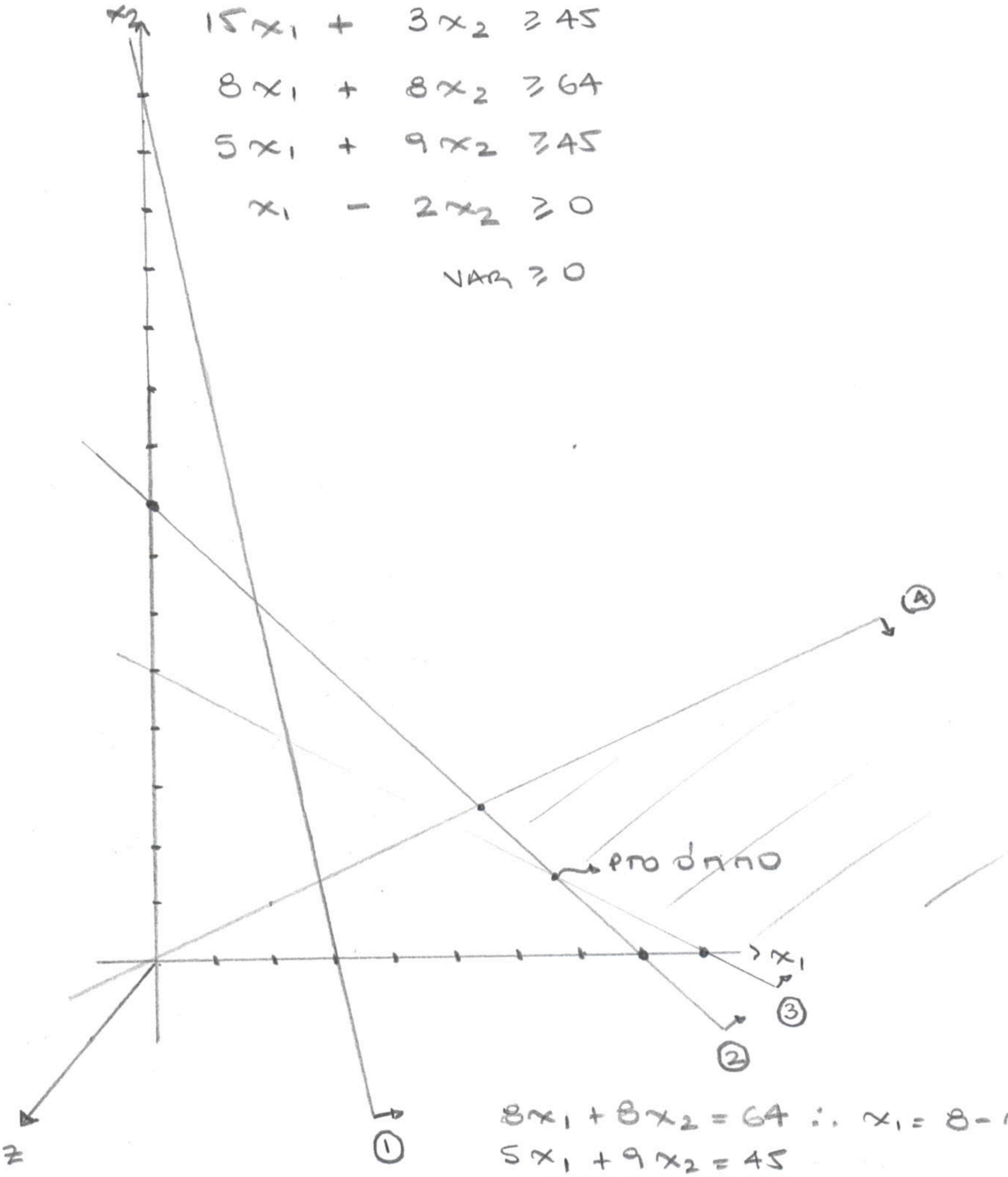
② x_1 = PORÇÕES DE ALIMENTO X

x_2 = PORÇÕES DE ALIMENTO Y

$$\text{Min } z = 35x_1 + 45x_2$$

s.a:

$$15x_1 + 3x_2 \geq 45$$
$$8x_1 + 8x_2 \geq 64$$
$$5x_1 + 9x_2 \geq 45$$
$$x_1 - 2x_2 \geq 0$$
$$\text{VAR} \geq 0$$



$$8x_1 + 8x_2 = 64 \therefore x_1 = 8 - x_2$$
$$5x_1 + 9x_2 = 45$$

$$5(8 - x_2) + 9x_2 = 45$$

$$x_2 = 5/4$$
$$x_1 = 27/4$$
$$z^* = 585/2$$

③ x_1 = FUNC TURNO INTEGRAL C/ ALMOÇO AS 12 – 13h

x_2 = FUNC TURNO INTEGRAL C/ ALMOÇO AS 13 – 14h

5 pts.

y_t = FUNC TURNO PARCIAL COMEÇANDO A TRABALHAR EM t $(t = 9, \ldots, 14)$

$$\text{Min } z = (8 \times 8)x_1 + (8 \times 8)x_2 + (3 \times 5)(y_9 + \ldots + y_{14})$$

2 pts

$$\text{Min } z = 64x_1 + 64x_2 + 15(y_9 + \ldots + y_{14})$$

s. a:

2pts cada

$$x_1 + x_2 + y_9 \geq 4$$
$$x_1 + x_2 + y_9 + y_{10} \geq 3$$
$$x_1 + x_2 + y_9 + y_{10} + y_{11} \geq 4$$
$$x_2 + y_{10} + y_{11} + y_{12} \geq 6$$
$$x_1 + y_{11} + y_{12} + y_{13} \geq 5$$
$$x_1 + x_2 + y_{12} + y_{13} + y_{14} \geq 6$$
$$x_1 + x_2 + y_{13} + y_{14} \geq 8$$
$$x_1 + x_2 + y_{14} \geq 8$$
$$y_9 + y_{10} + y_{11} + y_{12} + y_{13} + y_{14} \leq 5$$