Manutenção e Confiabilidade

DEPROT/UFRGS

Flávio S. Fogliatto, *Ph.D.*

Confiabilidade

PROMINP

Prof. Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*

PPGEP/UFRGS

Professor Flávio Sanson Fogliatto

- Bolsista de **Produtividade em Pesquisa** CNPq, Nível 1C
- Mestrado em Engenharia de Produção pela **UFRGS** (1994).
- Doutorado em Engenharia Industrial e de Sistemas pela **Rutgers University** (State University of New Jersey), 1997.
- Pós-doutorado no **Conservatoire National des Arts et Metiers** (Paris, França) em 2005-2006.

Vinculação

- **Professor Associado** do Departamento de Engenharia de Produção e Transportes da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da **UFRGS**, do qual é o atual vice-coordenador.

Áreas de atuação

- Experiência na área de Engenharia de Produção:
  - Ênfase em Engenharia da Qualidade, Análise da Produção e Pesquisa Operacional
- Atua principalmente nos seguintes temas:
  - Controle multivariado de processo,
  - Otimização experimental,
  - Análise de confiabilidade,
  - Customização em massa,
  - Métodos quantitativos para gestão da produção.

Prêmios

- Best paper award da **IIE Transactions** em 2002
- Best Conference Paper na **IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management** em 2008.
- Menção honrosa por **orientação de doutorado** pela Capes em 2009.
- Best student paper award (**Sensometrics**, 2010).
- Best paper award (**Sensometrics**, 2012).

Veículos de divulgação

- Sua pesquisa vem sendo publicada nos periódicos:
  - International Journal of Production Research,
  - IIE Transactions,
  - International Journal of Production Economics,
  - Food Quality & Preference,
  - Revista Produção,
  - Gestão & Produção, entre outras.

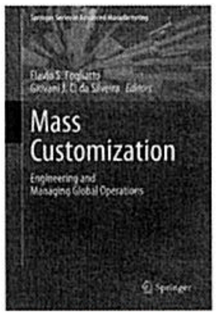
Afiliações e participações

- Membro do conselho editorial dos periódicos Gestão & Produção, Revista Produção, Produto & Produção, Pesquisa Operacional e Gestão Industrial.
- Editor associado da revista Produção.
- Membro do Comitê Assessor das Engenharias III na Capes.
- Representante para a América Latina no IAC - International Activities Committee do INFORMS.
- Representante das Engenharias na Câmara de Pós-Graduação da UFRGS (2012-2014)
- Membro do CEPE da UFRGS (2012-2014).

Fator de Impacto

- Possui um **h-index de 8,0** e **401 citações** a artigos de sua autoria (Base Scopus, 2012).
- Autor de **57 artigos** em periódicos internacionais e brasileiros
- Autor de **127 artigos** em congressos internacionais e brasileiros
- Já orientou **57 dissertações de Mestrado** e **5 teses de doutorado**

Livros



Docência

- Desde 1998, leciona as seguintes disciplinas no Pós-Graduação:
  - Pesquisa Operacional I e II
  - Confiabilidade
  - Planejamento e Controle da Produção I e II
  - Métodos Quantitativos
  - Projeto de Experimentos Avançados

Introdução à Confiabilidade

Confiabilidade

◆ ***Definição***

"A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente ao seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas."

Item

"A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente ao seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas."

◆ Definição de item depende do propósito do estudo:

– Pode ser um ***sistema***, constituído de um arranjo de diversos componentes, como um item

– Pode ser um ***componente*** do arranjo em particular.

◆ ***Exemplo***: na análise de um monitor, pode-se considerar o monitor (c/ todas partes componentes) como um item, ou algum dos componentes individualmente.

Confiabilidade = *probabilidade*

"A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente ao seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas."

◆ Confiabilidades devem apresentar valores entre 0 e 1.

◆ Axiomas da probabilidade podem ser aplicados em cálculos de confiabilidade:

– P. ex., se 2 componentes independentes apresentam confiabilidade, após 100 horas de uso, de p_1 e p_2 e a falha do sistema ocorre quando qualquer dos 2 componentes falha, então a confiabilidade do sistema em uma missão de 100 horas é dada por $p_1 \times p_2$.

Desempenho adequado

"A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente ao seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas."

◆ Conhecimento do que se entende por desempenho adequado, permite definir quando o **item falha**:

– mediante a ocorrência da falha, o item deixa de desempenhar adequadamente suas funções

◆ Um padrão deve ser usado na determinação do que se entende por desempenho adequado:

– P. ex.: se item em estudo for um carro e se o padrão for um carro capaz de se movimentar, um carro sem surdina continuará apresentando um desempenho adequado.

Propósito (de uso do item)

"A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente ao seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas."

◆ Deve ser precisamente especificado:

– é usual que um mesmo produto seja fabricado em diferentes versões, conforme o uso pretendido.

– Por exemplo, uma furadeira pode ser fabricada para uso doméstico ou industrial:

» produtos apresentam funções idênticas, mas diferenciam-se quanto à sua confiabilidade, pois foram projetados para cargas de uso distintas.

Período de tempo

◆ Confiabilidade é definida como função de um período de tempo. As conseqüências são:

– analista deve definir uma unidade de tempo (p. ex., horas ou anos) p/ realização das análises;

– modelos que descrevem os *TTF*s utilizam a v.a. T (e não X, como é usual na Estatística clássica);

– (*iii*) *tempo* não deve ser interpretado literalmente;

– (*iv*) confiabilidade deve ser associada a um período de tempo ou duração de missão; e

– (*v*) determinação do que deveria ser usado p/ medir vida de um item nem sempre é óbvia; p.ex., *TTF* de uma lâmpada pode ser definido como o nº somado de horas até falha, desconsiderando tempos desligados.

Condições ambientais

"A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais pré-determinadas."

- Um mesmo produto pode apresentar *desempenho distinto* operando em ambientes de calor ou umidade intensos, se comparado a produtos expostos a condições climáticas amenas de uso.

Importância da Confiabilidade

- No projeto de produtos, processos e serviços.
  - Itens confiáveis requerem menor intervenção do fabricante após venda, gerando menos custos.
  - Projeto de itens confiáveis integra funções de *design* e manufatura, gerando processos mais robustos e estáveis.
  - Fornece suporte quantitativo a técnicas qualitativas bastante difundidas como FMEA (*failure mode effect analysis*)

Importância da Confiabilidade

Exemplos práticos

- Em 1963, o submarino nuclear *Thresher* implodiu causando a morte de 129 tripulantes:
  - testes na carcaça limitavam a profundidade de operação a 500 metros de profundidade.
  - tripulantes ignoraram procedimentos operacionais e ultrapassaram profundidade máxima em mais de 30%, causando colapso da carcaça do submarino.

Importância da Confiabilidade

Exemplos práticos

- Em 1990, o FDA ordenou um *recall* do primeiro coração artificial autorizado pelo órgão:
  - coração apresentava problemas numa das válvulas mecânicas.
  - problemas de qualidade da manufatura causavam redução na MTTF de projeto do coração.
  - mais de 157 pacientes tiveram que submeter-se a cirurgias de reposição "de peças" num período de 8 anos.

Importância da Confiabilidade

Exemplo no setor de serviços

- Na década de 60, a AT&T instalou seu primeiro cabo transatlântico de comunicações. O objetivo era no máximo 1 falha em 20 anos.
- O cabo ainda está em operação sem nenhuma falha.
- A AT&T está repondo antigos cabos por cabos de fibra ótica, mais baratos e com confiabilidade de projeto de no máximo 1 falha em 80 anos de uso.

Importância da Confiabilidade

Exemplo no setor automobilístico

- GM e Ford fizeram diversos *recalls* na década de 90, para substituição de partes defeituosas.
- *Recalls* causam perdas monetárias enormes, além de prejudicar a imagem da empresa junto a seus clientes (passa a ser vista como *não-confiável*).
- Ford produziu 23 milhões de transmissões automáticas defeituosas entre 1968 e 1980, gerando mais de 1000 processos e indenizações que somam mais de US$500 milhões.

Medidas de Confiabilidade

- Principais medidas de confiabilidade:
  - Função de Confiabilidade: $R(t)$
    (também denominada *função de sobrevivência*)
  - Taxa de Falha (ou risco) e Função de Risco: $h(t)$
  - Tempo Médio até a Falha: *MTTF*

Tempo até Falha (TTF)

- *Definição:*

  Tempo transcorrido desde o momento em que a unidade é colocada em operação até o momento de sua primeira falha.

- *Representação*:

  Variável aleatória T, com realizações representadas por t.

TTF podem ser discretas ou contínuas

- **Discretas** - número de rotações até falha, número de aterrisagens até falha, etc.
- **Contínuas** - tempo de calendário.

Variáveis discretas podem ser aproximadas por variáveis contínuas.

⇩ *logo*

Supõe-se T continuamente distribuída c/ densidade de probabilidade $f(t)$ e função acumulada de probabilidade $F(t)$.

Função Acumulada de Probb

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u)du \quad , \quad t > 0$$

Densidade de probabilidade $f(t)$ é dada por:

$$f(t) = \frac{d}{dt}F(t)$$

Propriedades de $f(t)$ são vistas mais adiante.

Função de Confiabilidade

- Dada pela probabilidade da unidade (componente/sistema) não falhar no intervalo $(0, t]$; isto é:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - P(T \leq t) = P(T > t) \, , \, t > 0$$

Taxa de Falha

- Dada pela probb da unidade vir a falhar no intervalo $(t, t + \Delta t)$, dado que a unidade está operante no tempo t:

$$P(t < T \leq t + \Delta t | T > t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{P(T > t)}$$
$$= \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)}$$

Função de Risco, $h(t)$

- É dada pela taxa instantânea de falha.
- P/ determiná-la, divide-se a taxa de falha por um intervalo de tempo Δt e calcula-se o limite.
- O resultado é:

$$h(t) = f(t) \times \frac{1}{R(t)}$$

Importante

- $h(t)$ é uma probb condicional.

" Dado que a unidade está operante no tempo t, qual a probb de falha em $(t, t + \Delta t]$? "

- $f(t)$ é uma probabilidade não-condicional.

" Qual a probb da unidade falhar no intervalo $(t, t + \Delta t]$? "

Importante

- $h(t)$ indica a mudança na taxa de falha no decorrer da vida de uma população de unidades.
- Exemplo:
  - Dois componentes podem apresentar a mesma confiabilidade num tempo t e taxas de falha (até o tempo t) completamente diferentes.

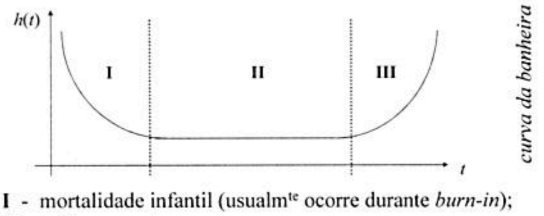
$R(t)$ e $f(t)$ são unicamente determinadas por $h(t)$

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t h(t)dt\right]$$

$$f(t) = h(t)\exp\left[-\int_0^t h(t)dt\right]$$

Componentes e função de risco

- Um grande nº de componentes apresenta três funções de risco ao longo de sua vida útil:



I - mortalidade infantil (usualm^{te} ocorre durante *burn-in*);
II - vida normal;
III - desgaste.

Exemplo

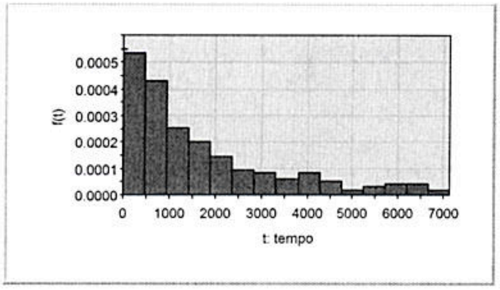
- Deseja-se estimar a MTTF de lâmpadas elétricas. Duzentas lâmpadas são testadas e as falhas são registradas.

Intervalo de tempo (horas)	Falhas no intervalo
0 - 1000	100
1001 - 2000	40
2001 - 3000	20
3001 - 4000	15
4001 - 5000	10
5001 - 6000	8
6001 - 7000	7
Total	200

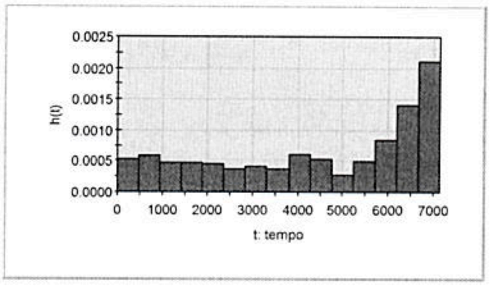
Determine:

- função de densidade, $f(t)$
- função de risco, $h(t)$
- função de confiabilidade, $R(t)$

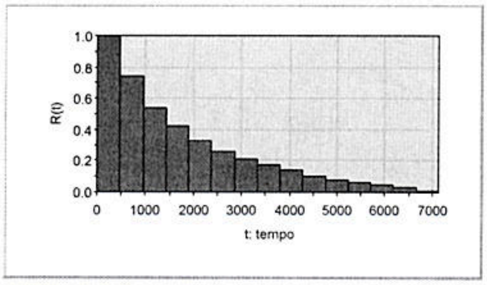
Função de densidade de probb



Função de risco



Função de confiabilidade



MTTF

- O tempo médio-até-falha é função da confiabilidade:

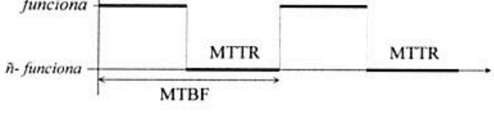
$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)\,dt$$

- Um expressão similar é dada por:

$$MTTF = \int_0^{\infty} t\, f(t)\,dt$$

MTBF e MTTR

- MTBF = tempo médio entre falhas.
- MTTR = tempo médio de reparo.
  - Quando MTTR $\rightarrow$ 0, MTTF $\cong$ MTBF
  - Quando MTTR >> 0, MTBF = MTTF + MTTR
- *Representação gráfica:*



Exercício

1) Calcule a função de confiabilidade, a função risco e o tempo médio até falha para a seguinte função de probabilidade acumulada:

$$F(t) = 1 - \frac{8}{7}e^{-t} + \frac{1}{7}e^{-8t}$$

Tutorial ProConf

Disponível no final do Cap. 1

- Considere os dados a seguir, obtidos em um teste de fadiga em hélices de automóveis (em milhares de horas). Nosso objetivo é:
  - Inserir dados de falha no *software*
  - Analisar os gráficos resultantes e escolher a distribuição de probabilidade mais apropriada na descrição dos tempos até falha
  - Obter valores de confiabilidade e MTTF para cada distribuição

Dados de TTF de hélices de automóveis

8.2	12.5	8.4	11.9	273.2
14.3	3.7	5.0	14.5	273.9
28.3	32.2	15.4	8.2	
12.0	0.7	10.9	9.6	
3.2	22.0	14.0	7.4	
31.3	1.6	22.7	27.5	
17.2	20.3	14.9	7.1	
49.7	14.4	3.0	9.2	
0.4	2.6	35.7	43.3	
2.3	11.6	10.9	0.2	

O PROCONF possui três janelas de funções

- Dados
- Análise
- Calculadora

Janela *Dados*

- Aparece quando o programa é aberto; contém quatro planilhas:
  - (*i*) Informações Básicas,
  - (*ii*) Dados de falha,
  - (*iii*) Gráficos de Barras e
  - (*iv*) Papel de Probabilidade.

Informações básicas

- Aqui o usuário fornece informações sobre a análise em curso. Por exemplo:
  - Título do Projeto poderia ser *Tutorial*
  - Unidade de Tempo poderia ser *Milhares de Horas* e
  - Nível do Intervalo de Confiança poderia ser 95% (o mais usual, na prática)

Dados de falha

- Aqui os dados de tempo até falha deverão ser informados:
  - Entre com os dados da tabela.
- Após inserir os dados, clique em *processar*, para atualizar o registro

Gráficos de barras

- Analise os gráficos de barra (histogramas) resultantes:
  - Eles dão uma idéia da distribuição de probabilidade dos dados
- Existem quatro opções: freqüência, taxa de falha, confiabilidade e densidade acumulada de falha:
  - Freqüência corresponde à função de densidade, podendo dar uma idéia da melhor distribuição para os dados em estudo.

Papel de probabilidade

- Dados são plotados em quatro papéis de probabilidade: Exponencial, Weibull, lognormal e Normal
  - Quanto mais próximos da reta os dados estiverem, maior a probabilidade de pertencer a uma dada distribuição
  - Analise com cuidado os dados nas extremidades; eles costumam ser decisivos na escolha da distribuição apropriada

Janela *Análise*

- Janela contém cinco planilhas:
  - (*i*) Modelos,
  - (*ii*) Ajuste/Estatísticas,
  - (*iii*) Funções de Confiabilidade,
  - (*iv*) Gráficos e
  - (*v*) Testes de Aderência

Modelos

- Aqui o usuário escolhe o modelo desejado (existem cinco opções de modelo)
  - Por exemplo, o modelo escolhido pode ser o de Weibull
  - A partir da escolha do modelo, todas as funções nas demais planilhas vão utilizar o modelo escolhido como referência

Ajuste/Estatísticas

- Aqui os parâmetros da distribuição são calculados
- Algumas informações como os percentis 10 e 50 e a MTTF também são fornecidos

Funções de confiabilidade & Gráficos

- A planilha traz as informações usadas na construção dos gráficos da planilha
- Na planilha *Gráficos* pode-se ter uma idéia do formato das funções de probabilidade associadas a distribuição selecionada, tendo em vista os dados de TTF:
  - É importante ressaltar que os gráficos são gerados independente da distribuição selecionada ser aquela que melhor se ajusta os dados

Testes de aderência

- O ajuste das distribuições aos dados é verificado nesta planilha, através de dois testes de aderência:
  - Teste do qui-quadrado e
  - Teste de Kolmogorov-Smirnov.
- A interpretação do resultado dos testes vem dada na própria planilha:
  - Para que o programa não rejeite a hipótese da distribuição selecionada ser correta, ela precisa passar nos dois testes

Janela *Calculadora*

- Janela traz uma calculadora para determinação da confiabilidade, dado uma determinada distribuição com parâmetros informados (botão *calcular confiabilidade*)
- Calculadora também pode determinar o tempo correspondente a uma determinada confiabilidade (botão *calcular tempo*)
- Calculadora também apresenta os gráficos correspondentes à distribuição informada

Exercício com o Proconf

- Resolva o problema 13, página 17, do livro-texto

Capítulo 2

Distribuições de Probabilidade
Estimativas de parâmetros e tempos-até-falha

Flávio Fogliatto

Ajustes de distribuições

- Em estudos de confiabilidade, dados são amostrados a partir de uma população de unidades de interesse.
- *Exemplo*:
  Para determinar a distribuição dos tempos-até-falha (e assim estimar a vida média) de lâmpadas elétricas, 1000 lâmpadas são colocadas em teste por um período de tempo e seus tempos até falha são registrados.

Amostras aleatórias

- 1000 tempos obtidos no teste c/ lâmpadas compõem uma amostra aleatória da população de interesse (lâmpadas de um determinado tipo, produzidas sob condições similares).
- Amostras aleatórias são coletadas c/ objetivo de obter informações sobre parâmetros populacionais desconhecidos.
- *Exemplo*: dados amostrados seguem uma distr. Exponencial; desejamos estimar o parâmetro λ.

Distribuições de probabilidade

- Dados empíricos normalmente seguem uma distribuição de probabilidade c/ densidade conhecida.
- A partir da distribuição de probabilidade, demais informações podem ser derivadas:
  - Média
  - Dispersão

O que são distribuições de probabilidade?

Distribuições de probabilidade

- Considere uma variável aleatória X:
  - por exemplo, valores de tempo até falha de lâmpadas
- Distribuições de probb. são definidas observando:
  - os valores que X pode assumir; e
  - a probabilidade de X assumir um determinado valor.
- Uma distrib. de probb. é totalmente definida por uma função denominada *função de densidade de probabilidade* (ou simplesmente *densidade*).

Função de densidade de probabilidade

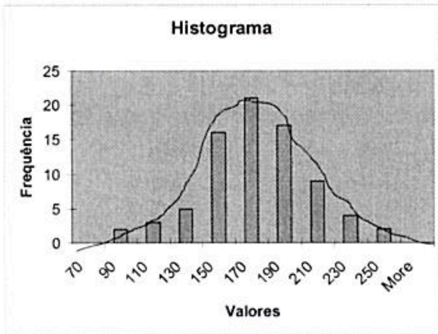
- Designada por $f(x)$.
- Utilizada p/ calcular uma *área* que representa a probabilidade de X assumir valores no intervalo $[x_1, x_2]$.
- A probabilidade de X assumir valores no intervalo $[x_1, x_2]$ é dada pela integral de $f(x)$ avaliada no intervalo.

Relação entre densidade e frequência

- Considere os dados de tensão de compressão de cabos de alumínio:

105	221	183	186	121	181	180	143
97	154	153	174	120	168	167	141
245	228	174	199	181	158	176	110
163	131	154	115	160	208	158	133
207	180	190	193	194	133	156	123
134	178	76	167	184	135	229	146
218	157	101	171	165	172	158	169
199	151	142	163	145	171	148	158
160	175	149	87	160	237	150	135
196	201	200	176	150	170	118	149

Em termos gráficos



Dados parecem se ajustar à uma distribuição normal

- Informação no gráfico pode ser resumida em equação que descreva formato da curva que passa pelo topo das barras de freqüência.
- Equação da curva = função de densidade.
- No caso da Normal:

$$f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad , -\infty < x < +\infty$$

Parâmetros descrevem integralmente a função de densidade

$$f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad , -\infty < x < +\infty$$

No caso da Normal, parâmetros correspondem à média e desvio-padrão da distribuição:

μ= média
σ = desvio

Distribuição acumulada

- ***Definição***: a função de distribuição acumulada de uma variável X é

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

para $-\infty < x < +\infty$.

- Informações como média e desvio-padrão são derivadas diretamente da função de distribuição.

Dos dados amostrados à distribuição de probabilidade

- **Coletam-se dados com o objetivo de determinar:**
  1. **Uma distribuição de probabilidade que os descreva;**
  2. **Os parâmetros que caracterizam essa distribuição.**
- Tarefa 1: **utilizam-se gráficos de freqüência e testes de aderência (gráficos e analíticos) p/ hipotetizar sobre distribuições candidatas.**
- Tarefa 2: **utilizam-se estimadores dos parâmetros das distribuições que usem os dados amostrados.**

Começando pela Tarefa 2: Estimadores

- Um estimador de um parâmetro populacional é uma fórmula que usa informações obtidas na amostra aleatória p/ gerar uma estimativa do parâmetro de interesse.
- *Por exemplo:* o estimador do parâmetro λ da distr. exponencial é:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

estimador do parâmetro (parâmetro real da população é designado por λ).

tamanho da amostra

observações que compõem a amostra

Método da máxima verossimilhança

- Considere uma amostra aleatória obtida de uma população c/ densidade $f(x)$ e parâmetro θ.
- A função de verossimilhança é dada pelo produto da densidade avaliada em cada ponto da amostra:

$$l(\mathbf{x},\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)$$

Máxima verossimilhança a partir de um exemplo

- Processo é monitorado recolhendo periodicamente amostras de 15 unidades.
- Seja p a proporção de defeitos na produção.
- Probb. de ocorrência de x defeitos nas amostras de 15 produtos é binomial:

$$P(X = x) = \binom{15}{x} p^x (1-p)^{15-x},\; x = 0,\ldots,15.$$

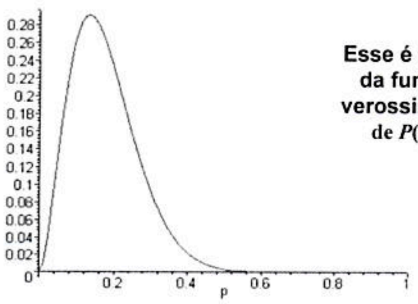
Considere a probb de ocorrência de 2 defeitos na amostra

- Ou seja:

$$P(X = 2) = \binom{15}{2} p^2 (1-p)^{13}$$

- Como o valor de p é desconhecido, plotaremos esta função para diversos valores do parâmetro.

Ocorrência de 2 defeitos *versus* diversos valores de *p*



Esse é o gráfico da função de verossimilhança de $P(X = 2)$.

Generalizando o procedimento anterior

- Suponha que n amostras de 15 unidds são coletadas. Conta-se os defeitos e repete-se o procedimento anterior, desta vez plotando:

  P(# def. am. 1) × P(# def. am. 2) × …

- O valor de p que maximiza o produto acima será o estimador de máxima verossimilhança de p.

Conclusão

- Função de verossimilhança tem um máximo em valores dos parâmetros da distribuição para os quais é mais provável que os valores amostrais venham a ser observados.

- Para determinar o estimador de máxima semelhança de um parâmetro θ, resolve-se a expressão:

$$\left.\frac{\partial}{\partial \theta}\right|_{\hat{\theta}} l(\mathbf{x}, \theta) = 0$$

Exemplo

- Desejamos determinar o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro λ da distribuição exponencial:

$$f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Função de máxima verossimilhança:

$$\begin{aligned} l(x_1,\ldots,x_n;\lambda) = l(x;\lambda) &= f(x_1;\lambda)\ldots f(x_n;\lambda) \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\lambda) \\ &= \lambda^n \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda x_i} = \lambda^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n} x_i} \end{aligned}$$

Para obter a derivada da função é mais fácil tirar seu logaritmo

- O logaritmo de ***l*** **(*x*, λ)** é:

$$L(\mathbf{x};\lambda) = n \log \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i$$

- A derivada é:

Este é o estimador.

$$\left.\frac{\partial L(x;\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\hat{\lambda}} = \frac{n}{\hat{\lambda}} - \sum_{i=1}^{n} x_i = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i}}$$

Propriedades desejadas em um estimador de θ

- *Não-tendencioso* - não deve superestimar ou subestimar o valor real de θ.

- *Consistente* - estimador não-tendencioso que converge mais rapidamente p/ o valor real de θ à medida que o tamanho da amostra aumenta.

- *Eficiente* - estimador consistente com variância menor do que a variância de qualquer outro estimador.

- *Suficiente* - estimador que utiliza toda a informação sobre o parâmetro fornecida pela amostra.

Exercício

3) Encontre o estimador para o parâmetro λ da distribuição de Rayleigh seguindo o método da máxima verossimilhança. A função de distribuição é dada por $f(x) = \lambda x e^{-\frac{\lambda x^2}{2}}$.

Estimação de parâmetros a partir de amostras completas

- Quatro distribuições principais:
  - Normal
  - Exponencial
  - Weibull
  - Lognormal

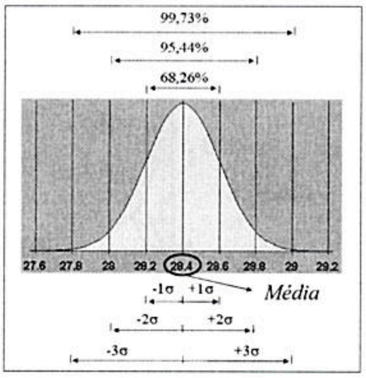
ENG 09017 – Manutenção e Confiabilidade – Prof. Flavio Fogliatto
Capítulo 2 – Distribuições de probabilidade

Distribuição Normal

- Modela dados que apresentam variação aleatória e simétrica em torno de um valor central (média).
- A Normal é completamente descrita por dois parâmetros:
  - μ, que também corresponde à média da distribuição
  - σ, que também corresponde ao desvio-padrão da distribuição .

ENG 09017 – Manutenção e Confiabilidade – Prof. Flavio Fogliatto
Capítulo 2 – Distribuições de probabilidade

Formato característico e percentuais da Normal

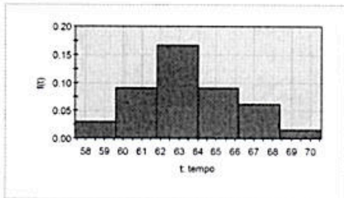


Observe a simetria em torno da média

ENG 09017 – Manutenção e Confiabilidade – Prof. Flavio Fogliatto
Capítulo 2 – Distribuições de probabilidade

Aplicações da Normal

- A Normal modela bem uma grande diversidade de dados, tais como dados dimensionais, características de peso, altura, resistência.
- *Por exemplo*: resistência de isoladores cerâmicos



ENG 09017 – Manutenção e Confiabilidade – Prof. Flavio Fogliatto
Capítulo 2 – Distribuições de probabilidade

Estimadores de máxima verossimilhança da Normal

- Estimador de μ:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

- Estimador (não-tendencioso) de σ:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{n-1}}$$

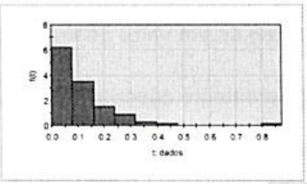
ENG 09017 – Manutenção e Confiabilidade – Prof. Flavio Fogliatto
Capítulo 2 – Distribuições de probabilidade

Distribuição Exponencial

- Exponencial é assimétrica, com maiores valores de probabilidade associados a valores menores da amostra.
- Estimador de máxima verossimilhança para λ:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Densidade e Acumulada da Exponencial

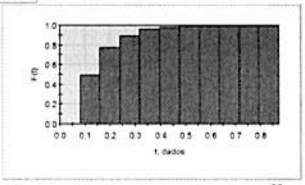


Densidade

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$$

Acumulada

$$F(x) = 1-e^{-\lambda x}$$



Aplicações da Exponencial

- **Usada freqüentemente para modelar a distribuição dos tempos de falha de componentes ou sistemas que apresentem uma taxa de falha constante (itens que não envelhecem no período de observação).**
- **Modela tempos de execução de algumas atividades como, por exemplo, de manutenção:**
  - **Alguns consertos são atipicamente longos, devido a incidência de defeitos raros.**
- **Outra utilização clássica da distribuição exponencial é a modelagem de tempos de fila**

Distribuição de Weibull

- **Os estimadores de máxima verossimilhança da distr. de Weibull não podem ser isolados, sendo dados pelas seguintes equações:**

$$\frac{n}{\hat{\gamma}}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i-\frac{1}{\hat{\theta}}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\hat{\gamma}}\ln x_i=0$$

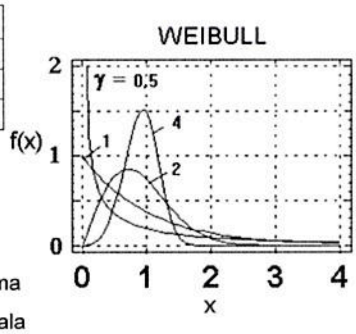
$$-\frac{n}{\hat{\theta}}+\frac{1}{\hat{\theta}^2}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\hat{\gamma}}=0$$

Equações devem ser conjuntamente solucionadas p/ determinar estimadores.

Weibull assume vários formatos conforme parâmetros

Gama	Distribuição
1	**Exponencial**
2	**Rayleigh**
3,26	**Normal**

$$f(x)=\frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\gamma-1}e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\gamma}}$$



γ = parâmetro de forma

θ = parâmetro de escala

Aplicações da Weibull

- **Muito utilizada em estudos de Confiabilidade.**
- **Trata-se de uma distribuição coringa, que modela uma grande variedade de dados.**
- **No caso de escassez de dados, supor uma distribuição de Weibull como hipótese inicial pode ser uma boa política.**

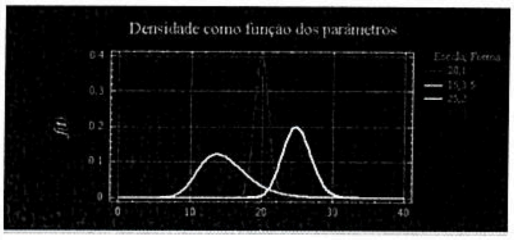
Distribuição Lognormal

- **Pode modelar dados obtidos de:**
  - **testes com componentes eletrônicos sujeitos a um modo de falha dominante.**
  - **chegada de clientes ou serviços a servidores.**
- **Como a Normal, apresenta dois parâmetros:**
  - **μ = parâmetro de escala.**
  - **σ = parâmetro de forma.**

Densidade para diferentes valores de parâmetros

- Função de densidade:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2\right],\ -\infty<\mu<\infty,\ \sigma>0,\ x>0$$



Média da Lognormal

- A média da lognormal é dada por:

$$Media=\exp\left[\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right]$$

- Observe que, ao contrário da Normal, a média não é igual a μ; por outro lado:

o que justifica o nome dado à distribuição.

$$Media[\ln x]=\mu$$

Recapitulando:
Dos dados amostrados à distribuição de probabilidade

- Coletam-se dados com o objetivo de determinar:
  - Uma distribuição de probabilidade que os descreva;
  - Os parâmetros que caracterizam essa distribuição.
- Tarefa 1: utilizam-se gráficos de frequência e testes de aderência (gráficos e analíticos) p/ hipotetizar sobre distribuições candidatas.
- Tarefa 2: utilizam-se estimadores dos parâmetros das distribuições que usem os dados amostrados.

Testes de aderência

- Objetivo: distribuição de probabilidade dos dados é desconhecida; desejamos testar hipótese de uma determinada distribuição se ajustar aos dados.
- Duas famílias de testes podem ser usadas:
  - Gráficos – papéis de probabilidade;
  - Analíticos - testes do Qui-Quadrado e de Kolmogorov-Smirnov.

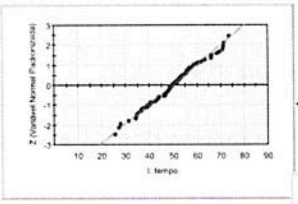
Testes gráficos de aderência

- Papéis de probabilidade para as distribuições:
  - Normal
  - Lognormal
  - Exponencial
  - Weibull

Papel de probabilidade
Distribuição Normal

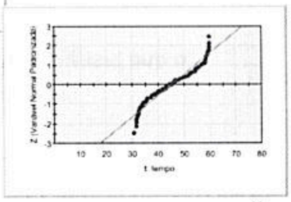
- Papel de probabilidade permite testar graficamente o ajuste de diferentes modelos
- O papel de probabilidade da Normal possui uma escala vertical transformada:
  - se um conjunto de dados segue uma distribuição normal, suas freqüências acumuladas aparecerão dispostas ao longo de uma linha reta;
  - caso contrário, freqüências acumuladas irão apresentar curvatura no papel de probabilidade.

Exemplos



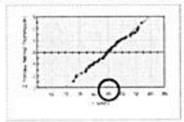
Dados bem ajustados à Normal

Dados mal ajustados à Normal



Papéis de probb permitem visualizar ajuste p/ amostras pequenas

- **Amostras c/ *n* = 10 não seriam suficientes p/ análise usando histograma:**
  - **Com ajuda do papel de probabilidade, é possível avaliar se os dados provém de uma população normal.**
- **Papel de probabilidade também pode ser usado para estimar os parâmetros do modelo (média e desvio, no caso da Normal).**
- **Por exemplo, a média é igual ao percentil de 50% (0, na escala vertical, descrita em termos de desvios da média).**



Outros papéis de probabilidade

- **Seguem a mesma lógica do papel da distribuição Normal:**
  - **Lognormal**
  - **Exponencial**
  - **Weibull**
- **Estimativa de parâmetros também é possível, entretanto utilizaremos aplicativos computacionais facilitar a tarefa.**

Testes analíticos de aderência

- **Teste do Qui-Quadrado**
- **Teste de Kolmogorov-Smirnov**

Teste do Qui-Quadrado

- **Temos uma amostra de *n* observações de uma população c/ distr. de probabilidade desconhecida.**
- **Organize os *n* pontos amostrais em um histograma de frequência com *k* classes.**
- **Seja O_i a frequência observada na $i^{ésima}$ classe.**
- **Seja E_i a frequência esperada caso a população amostrada siga uma distribuição de probabilidade hipotetizada.**

Teste do Qui-Quadrado

- **O teste compara O_i e E_i através da seguinte expressão:**

$$X_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

caso a amostra siga a distribuição hipotetizada, pode-se demonstrar que X_0^2 segue uma distribuição Qui-Quadrado, com *k* - *p* - 1 graus de liberdade.

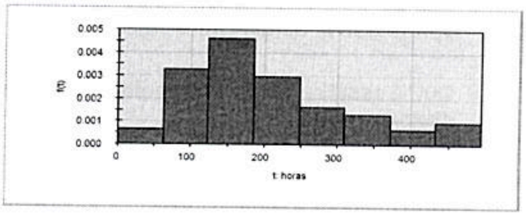
Exemplo: dados de tempo até falha de fontes de computador

Amostra composta de 49 pontos amostrais e obtidas simulando a partir da distribuição lognormal.

Tempos = × 1000

15	137	218	415
23	140	225	436
62	145	230	457
78	149	237	472
80	153	242	
85	158	255	
97	162	264	
105	167	273	
110	171	282	
112	175	301	
119	183	312	
121	189	330	
125	190	345	
128	197	360	
132	210	383	

Histograma de frequência



Histograma sugere duas possibilidades:

- **Weibull**
- **Lognormal**

Teste do Qui-Quadrado

Limite Inferior	Limite Superior	Freq. Observada	Freq. Esperada
0	61,8	2	4,2
61,8	123,7	10	9,3
123,7	185,6	14	10,8
185,6	247,4	9	9,5
247,4	309,3	5	6,9
309,3	371,1	4	4,3
371,1	432,9	2	2,3
432,9	Mais	3	1,8

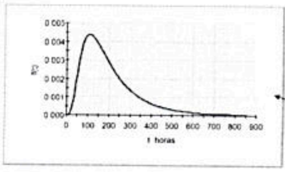
- **Hipótese de Weibull não pode ser rejeitada no teste do Qui-Quadrado.**
- **Significância = 0.62**

Teste do Qui-Quadrado

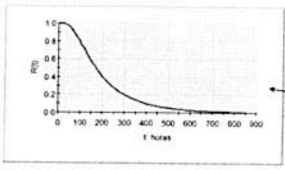
Limite Inferior	Limite Superior	Freq. Observada	Freq. Esperada
0	61,8	2	3,2
61,8	123,7	10	12,4
123,7	185,6	14	11,5
185,6	247,4	9	7,8
247,4	309,3	5	5
309,3	371,1	4	3,1
371,1	432,9	2	2
432,9	Mais	3	4

- **Hipótese de Lognormal não pode ser rejeitada no teste do Qui-Quadrado.**
- **Significância = 0.82 (maior que a de Weibull).**

Supondo distribuição lognormal



Densidade



Confiabilidade (complemento da acumulada)

Teste de Kolmogorov-Smirnov

- **Teste também trabalha com frequências observadas e esperadas, mas estatística de teste é diferente daquela utilizada no teste do Qui-Quadrado (utiliza frequências *acumuladas*).**
- **Teste K-S é não-paramétrico, ou seja, não é baseado em nenhuma distribuição de probabilidade (como a do Qui-Quadrado, p.ex.).**

Comparativo entre testes

- Qui² apropriado p/ dados discretos; K-S apropriado p/ dados contínuos.
- Qui² é sensível ao agrupamento de dados em classes.
- K-S usa toda a informação na amostra ao usar probabilidades acumuladas.
- Qui² demanda tamanhos de amostra grandes; K-S funciona bem c/ qualquer tamanho de amostra.

Exercícios

- Resolver os exercícios 11 e 14, página 38, do livro

Capítulo 5
Confiabilidade de Sistemas Série-Paralelo e Mistos

Flávio S. Fogliatto

Roteiro da apresentação:

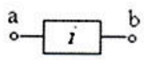
- ***Sistemas***:
  - Série
  - Paralelo
  - Combinações Paralelo-Série, Série-Paralelo
  - Sistemas *k*-em-*n*

Suposições comuns a todos os sistemas analisados

- Confiabilidade de sistemas é avaliada num ponto t no tempo; ou seja, componentes apresentam confiabilidades estáticas em t.
- Componentes dos sistemas apresentam-se em dois estados: *operantes* ou *não-operantes*.
- Componentes falham independentemente.

Sistemas representados por diagramas funcionais de blocos

- Diagrama descreve função do sistema; p/ sistemas c/ mais de uma função = mais de um diagrama.
- Componente representado por bloco:



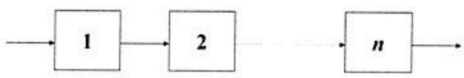
Notação

- E_i = evento do componente i estar operante no momento da verificação.
- $R_i = P(E_i)$ = confiabilidade do componente.
- R_S = confiabilidade do sistema.

Atenção: medidas avaliadas no tempo t de interesse para o analista.

1. Sistemas em Série

- Na prática, esta é a configuração mais comum.
- Num sistema em série, todos os componentes devem funcionar para que o sistema funcione.
- O diagrama de blocos p/ este sistema é:



A confiabilidade do sistema é:

$$R_S = P[E_1 \cap E_2 \cap \ldots \cap E_n]$$

ou seja, o sistema funciona se todos os componentes funcionarem (por isso a intersecção de eventos).

Supondo independência entre falhas:

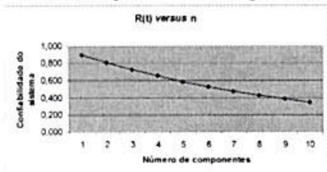
$$R_S = P(E_1) \times P(E_2) \times \ldots \times P(E_n)$$

ou

$$R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i$$

Propriedades do arranjo em série

- Confiabilidade do sistema decresce rapidamente a medida que nº de componentes aumenta.



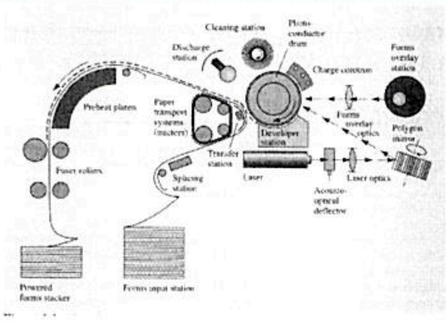
Exemplo:

Suponha componentes c/ $R = 0.9$ num determinado tempo.

- Limite superior de R_s = confiabilidade do componente mais fraco; isto é:

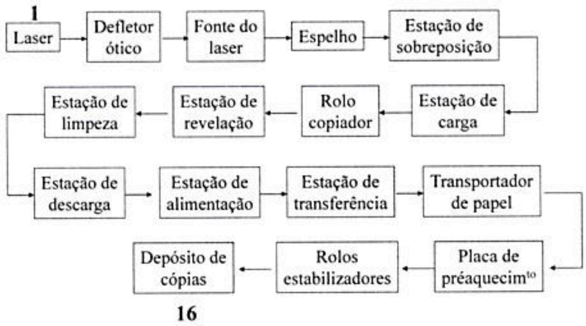
$$R_S \leq \min_i \{R_i\}$$

Exemplo 1: impressora a laser



Impressora a laser

Diagrama de blocos



Impressora a laser

Confiabilidade dos componentes

Componente	Confiabilidade
1	0,8760
2	0,8200
3	0,9187
4	0,9789
5	0,9760
6	**0,9907**
7	**0,8029**
8	0,8811
9	0,9718
10	0,8276
11	0,8488
12	0,8090
13	0,8064
14	0,8327
15	0,8437
16	0,8034

A confiabilidade do sistema é:

$$R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i$$

$$R_S = (0.8760 \times 0.8200 \times \ldots \times 0.8034)$$

$$R_S = 0.111$$

P/ obtermos uma confiabilidade de, digamos, 80% p/ o sistema:

$$R_S \approx 1 - n(1-R)$$

$$0.8 \approx 1 - 16(1-R)$$

$$R \approx 0.9875$$

[redacted]

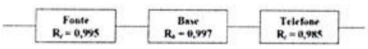
Exemplo 2: telefone sem fio

- Sistema em série composto por fonte, base e telefone.
- Componentes apresentam taxas de falha constantes:
  - Fonte: $\lambda_f = 5\ falhas/10^6\,h$
  - Base: $\lambda_b = 3\ falhas/10^6\,h$
  - Telefone: $\lambda_t = 15\ falhas/10^6\,h$
- Determine confiabilidade p/ 1000 horas de uso.

Confiabilidade dos componentes:

$R_f(1000) = e^{-\lambda_f t} = e^{-5\times10^{-6}(1000)} = 0.995 \quad R_b(1000) = e^{-\lambda_b t} = e^{-3\times10^{-6}(1000)} = 0.997$

$R_t(1000) = e^{-\lambda_t t} = e^{-15\times10^{-6}(1000)} = 0.985$



- Confiabilidade do sistema:

$$R_S(1000) = R_f \times R_b \times R_t = 0.977$$

Pausa para exercício

- Resolva os exercícios 1 e 2 da apostila.

1) Em um sistema constituido por 30 componentes idênticos, qual deveria ser a confiabilidade necessária em cada um desses componentes para que se obtenha uma confiabilidade total de 92%?

2) Um sistema é composto por 11 componentes cuja confiabilidade é de 0,95 e por 4 componentes cuja confiabilidade é de 0,99. Sabendo que este sistema está em série, determine a confiabilidade total do sistema.

2. Sistemas em Paralelo

- Num sistema em paralelo, *todos* os componentes devem falhar p/ que o sistema falhe.
- *Expressão da Confiabilidade*:

$$Q_S = P[\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \ldots \cap \bar{E}_n]$$

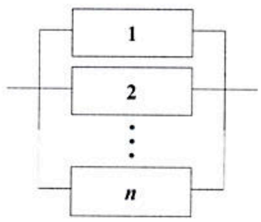
não-confiabilidade do sistema

$$Q_S = P(\bar{E}_1) \times P(\bar{E}_2) \times \ldots \times P(\bar{E}_n) = \prod_{i=1}^{n}(1-R_i)$$

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-R_i)$$

Três tipos de arranjo em paralelo

- **Paralelo puro** - componentes em operação simultânea; falhas não afetam desempenho dos componentes sobreviventes.

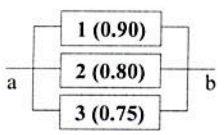


A expressão de confiabilidade apresentada anteriomente serve p/ este tipo de sistema.

Sistemas em paralelo puro

Exemplo

- Considere sistema c/ 3 componentes em paralelo:



$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^{3}(1-R_i)$$

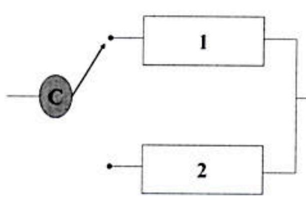
$$R_S = 1 - [(1-0.9)\times(1-0.8)\times(1-0.75)] = 0.995$$

- R_S é maior que a confiabilidade do melhor componente.
- Quando comp. apresentam somente dois modos de falha, R_S aumenta com o nº de componentes.

Três tipos de arranjo em paralelo (*Cont.*)

Paralelo com *standby*

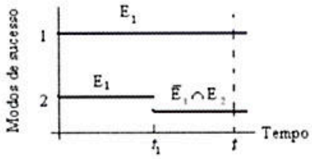
- Componente em *standby* somente é ativado quando componente ativo falhar.



Expressão de confiabilidade deste sistema no caso de chave de troca (C) perfeita dada a seguir.

Exemplo anterior c/ chave de troca perfeita

- T_i = tempo-até-falha do i-ésimo componente, c/ densidade $f_i(t)$.



$$R_S^2(t) = P\left[\left(T_1 > t\right) \cup \left(T_1 \leq t \cap T_2 > t - T_1\right)\right]$$

Modos de sucesso não podem ocorrer simultaneamente

- Confiabilidade do sistema:

$$R_S^2(t) = R_1(t) + \int_0^t f_1(t_1) R_2(t - t_1)\, dt_1$$

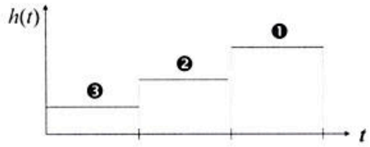
- No caso especial de componentes c/ taxa de falhas constante (=λ):

$$R_S^2(t) = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t)$$

Três tipos de arranjo em paralelo (*Cont.*)

Paralelo compartilhado

- Componentes ativados simultaneamente.
- Falha em um dos componentes afeta as taxas de falha dos sobreviventes.
- Análise de sistemas compartilhados utiliza diagrama de estado do sistema:



Pausa para exercício

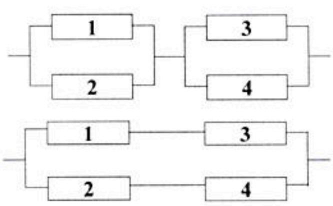
- Resolva os exercícios 3 e 4 da apostila.

3) Calcule a confiabilidade de um sistema constituído por 5 componentes arranjados em paralelo cuja confiabilidade é 50%.

4) Imagine um sistema com 2 componentes com *standby* e taxa de falha constante igual a 0.0614. Qual a sua confiabilidade no tempo t = 10, sabendo-se que a chave de troca é livre de defeitos?

3. Combinações Paralelo-Série

- Dois exemplos:

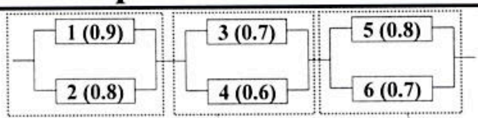


Série-Paralelo

Paralelo-Série

- Análise feita decompondo sistemas em subsistemas em série e paralelo.

Exemplo: Série-Paralelo



- Decompor em 3 subsistemas em paralelo:

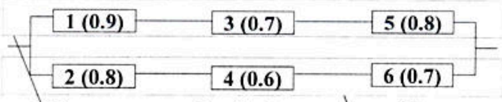
$R_{SS_1} = 1 - [0.1 \times 0.2] = 0.98$ $\qquad$ $R_{SS_3} = 1 - [0.2 \times 0.3] = 0.94$

$R_{SS_2} = 1 - [0.3 \times 0.4] = 0.88$

- Tratar subsistemas como um sistema em série:

$$R_S = R_{SS_1} \times R_{SS_2} \times R_{SS_3} = 0.98 \times 0.88 \times 0.94 = 0.81$$

Exemplo: Paralelo-Série



- Decompor em 2 subsistemas em série:

$R_{SS_1} = 0.9 \times 0.7 \times 0.8 = 0.504$

$R_{SS_2} = 0.8 \times 0.6 \times 0.7 = 0.336$

- Tratar subsistemas como um sistema em paralelo:

$$R_S = 1 - [(1 - R_{SS_1})(1 - R_{SS_2}) = 0.67$$

Observações sobre combinações paralelo-série / série-paralelo

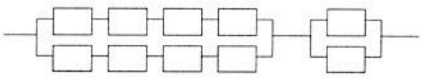
- **Série-paralelo** = redundância no nível do componente (de baixo nível).
- **Paralelo-série** = redundância no nível do sistema (de alto nível)
- Pode-se demonstrar, p/ sistemas c/ mesmos componentes:

  R(série-paralelo) $\geq$ R(paralelo-série)

- Diferença menos pronunciada em sistemas de componentes altamente confiáveis ($R > 0.9$).

Mais observações...

- Arranjos paralelo-série / série-paralelo podem apresentar-se combinados em arranjos mistos.
- Por exemplo:

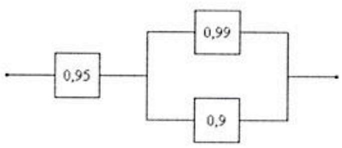


Pausa para exercícios

- Resolva os problemas 5 e 6 da apostila.

5) Compare a confiabilidade de dois sistemas com 9 componentes, sendo (*a*) um paralelo-série (apresenta três subsistemas em paralelo, constituído de três componentes em série); e outro que (*b*) série-paralelo (apresenta três subsistemas em série, constituído de três componentes em paralelo). Considere que a confiabilidade seja 0,95 para todos os componentes do sistema.

6) Para o arranjo a seguir, calcule a confiabilidade:



4. Sistemas k-em-n

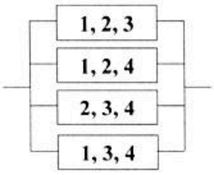
- Sistemas série e paralelo puro são casos especiais de sistemas k-em-n:
  - Série puro = sistema n-em-n
  - Paralelo puro = sistema 1-em-n
- No arranjo k-em-n, pelo menos k componentes devem estar operantes (de um total de n componentes) para que sistema opere satisfatoriamente.

Exemplos

- Centrais de geração de energia operam c/ dois ou três geradores, mas necessitam de um único operante para suprir demanda.
- Pontes suspensas e guindastes constituídos de cabos c/ milhares de fios de aço; somente uma fração dos fios garante a sustentação da carga.
- Carros c/ cinco pneus (um *step*) precisam de pelo menos quatro funcionando p/ poder funcionar.

Cálculo da confiabilidade a partir de um exemplo

- Sistema de comunicações c/ quatro canais, três dos quais devem estar operantes p/ que o sistema esteja operante.



Possíveis combinações de componentes que caracterizam um sistema operante.

Situação onde todos os compon. estão operantes {1,2,3,4} foi omitida.

Combinações expressas através do coeficiente binomial

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

No caso de componentes c/ confiabilidades idênticas e iguais a R, expressão de confiabilidade do sistema é:

$$R_S(k;n,R) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$$

Considere canais do ex. anterior c/ R = 0.65 (p/ missão de 2 anos)

- Sistema é do tipo 3-em-4, c/ confiabilidade dada por:

$$R_S = \sum_{i=3}^{4} \binom{4}{i} (0.65)^i (1-0.65)^{4-i}$$

$$R_S = 4(0.65)^3(1-0.65) + 1(0.65)^4(1-0.65)^0$$

$$R_S = 0.563$$

- Sistemas k-em-n costumam apresentar boa confiabilidade (já que oferecem algum grau de redundância).

Quando componentes diferentes, R_s envolve cálculo de probabilidades

- $R_S = P(\underbrace{E_1E_2E_3}_{A_1} + \underbrace{E_1E_2E_4}_{A_2} + \underbrace{E_1E_3E_4}_{A_3} + \underbrace{E_2E_3E_4}_{A_4})$
- Cancelamento de probabilidades torna inclusão de $A_5 = E_1E_2E_3E_4$ dispensável.
- $R_S = P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)P(A_4) -$
  $P(A_1A_2) + \ldots + P(A_3A_4) + P(A_1A_2A_3) + \ldots + P(A_2A_3A_4) +$
  $P(A_1A_2A_3A_4)$

Pausa para exercícios

- Resolva os problemas 12 e 13 da apostila.

12) Um sistema com cinco componentes em paralelo necessita que três deles estejam funcionando para que esteja operante. Sabendo que a confiabilidade dos componentes é 0,88, calcule a confiabilidade do sistema.

13) Imagine uma indústria que possui sete linhas produtivas. Para atender a sua demanda ela necessita que pelo menos cinco linhas estejam produzindo. Qual a probabilidade desta indústria não atender a sua demanda sabendo que a confiabilidade de cada linha é 0,75.

5. Alocação de confiabilidade em componentes de sistemas em série e paralelo

- *Alocação* = especificar necessidades de confiabilidade nos componentes individuais de forma a atingir requisitos (meta) de confiabilidade especificados p/ sistema.
- Meta definida a partir de:
  - Impacto sobre o sucesso da missão
  - Segurança
  - Limitações orçamentárias, etc.

Vantagens de programas de alocação

- Mais barato alocar confiabilidade a um projeto deficiente do que refazer projeto.
- Equipe de projeto adquire conhecimento sobre problemas de confiabilidade no projeto.
- Maior integração entre equipes de projeto, manufatura, operação e manutenção.
- Evitam modificações em projetos a partir de considerações subjetivas.
- Requisito imposto em muitos contratos.

Procedimento Genérico de Alocação

1. Dividir o sistema em subníveis.

↓

2. Atribuir necessidades de conf. aos subníveis do sistema.

↓

3. Selecionar materiais e configurações, tal que conf. dos subníveis satisfaça demanda de conf. p/ o sistema.

Principais procedimentos para alocação de confiabilidade:

◆ Método clássico de alocação

◆ **Método do mínimo esforço**

◆ Método de alocação balanceada

◆ Método AGREE (alocação por consenso)

Procedimentos pressupõem sistemas *em série*

(1) R_1 → (2) R_2 → (3) R_3 → ... → (n) R_n

- *Suposições:*
  - Sistema e subsistemas em um de dois estados: operante ou não-operante.
  - Subsistemas independentes.
  - Nível de confiabilidade desejado p/ sistema: R_L

Método do Mínimo Esforço

◆ *Idéia central*: Incrementar a confiabilidade de um conjunto de componentes c/ confiabilidades baixas.

◆ *Vantagem*: ao invés de grandes aumentos na confiabilidade de poucos componentes, divide-se esforço de melhoria entre vários componentes.

Passos do algoritmo ⇒

Passo 1:

◆ Ordene componentes do sistema em ordem crescente de confiabilidade:

$$P_1 \leq P_2 \leq P_3 \leq \ldots \leq P_n$$

P_1 = menor confiabilidade

P_n = maior confiabilidade.

Passo 2: Aumente confiabilidades $P_1, P_2, ..., P_k$ até valor R_o

$$R_o = \left(\frac{R_L}{\prod_{j=k+1}^{n} P_j} \right)^{1/k}$$

Note que

$$(R_o)^k \times \prod_{j=k+1}^{n} P_j = R_L \Rightarrow R_o = \left[\frac{R_L}{\prod_{j=k+1}^{n} P_j} \right]^{1/k}$$

Demais confiabilidades ($P_{k+1}, P_{k+2}, ..., P_n$) permanecem inalteradas.

Passo 2 *(Cont.)*: Determinação do número k de componentes

$$k = \max_{1 \le j \le n} j$$

tal que

$$P_j < \left(\frac{R_L}{\prod_{i=j+1}^{n} P_i} \right)^{1/j} \equiv r_j$$

Passo 3: Calcule nova confiabilidade do sistema

$$R_S^{NOVA} = (R_o)^k \prod_{i=k+1}^{n} P_i$$

Exemplo: sistema eletrônico de avião c/ 6 subsistemas em série

Subsistemas (componentes)*:* Sensor, guia, computador, amplificador de áudio, detector de fogo, radar

$R_1 = 0.75$ $R_2 = 0.80$ $R_3 = 0.87$ $R_4 = 0.90$ $R_5 = 0.95$ $R_6 = 0.99$

(1) R_1 → (2) R_2 → (3) R_3 → (4) R_4 → (5) R_5 → (6) R_6

Confiabilidade atual: $R_S = 0.75 \times 0.80 \times \ldots \times 0.99 = 0.4418$

Confiabilidade desejada: $R_L = 0.53$

Aplicando os passos do algoritmo.

Passo 1: Ordene componentes conforme confiabilidade

$R_1 = 0.75$ $R_2 = 0.80$ $R_3 = 0.87$ $R_4 = 0.90$ $R_5 = 0.95$ $R_6 = 0.99$

$P_1 = 0.75 \le P_2 = 0.80 \le P_3 = 0.87 \le P_4 = 0.90 \le P_5 = 0.95 \le P_6 = 0.99$

Passo 2: Determinação do valor de k

Inicialmente, considere k=6:

$$r_6 = \left(\frac{0.53}{1} \right)^{1/6} = 0.8996 < P_6 (= 0.99)$$

$$j = 6 \rightarrow \prod_{i=6+1}^{6} P_i = 1$$

Teste demais valores de k:

$$r_5 = \left(\frac{0.53}{0.99} \right)^{1/5} = 0.8825 < P_5 \qquad r_3 = \left(\frac{0.53}{.99 \times .95 \times .90} \right)^{1/3} = .8557 < P_3$$

$$r_4 = \left(\frac{0.53}{.99 \times .95} \right)^{1/4} = .8664 < P_4 \qquad r_2 = \left(\frac{0.53}{.99 \times \ldots \times .87} \right)^{1/2} = .8484 > P_2$$

k = 2!

Passo 2 (*Cont.*): $k = 2$. O valor de R_0 é:

$$R_o = \left(\frac{0.53}{\prod_{j=3}^{6} P_j} \right)^{1/2} = 0.8484$$

P/ atingir confiabilidade desejada de 0.53 p/ sistema c/ mínimo esforço, devemos aumentar a confiabilidade do 1º e 2º componentes p/ 0.8484.

Passo 3: Calcule nova confiabilidade para sistema

$$R_S^{NOVA} = (R_o)^k \prod_{i=k+1}^{n} P_i$$

$$\downarrow$$

$$R_S^{NOVA} = (0.8484)^2 (0.87 \times 0.90 \times 0.95 \times 0.99) = 0.53$$

MME modificado p/ incluir restrições no aumento de conf. de componentes

- Suposição: alguns componentes apresentam limite máximo de incremento na confiabilidade.
  - *Limite do i-ésimo componente*: P_{imax}.
- Limites contornados adicionando redundância aos componentes.
- Acrescente 4 passos adicionais ao algoritmo apresentado anteriormente.

Passos adicionais

❹ Identifique confiabilidade máxima p/ primeiros k componentes: $P_{1max}, P_{2max}, \ldots, P_{kmax}$.

❺ Se $P_{imax} \geq R_o$ p/ $i = 1, 2, \ldots, k$, vá p/ passo 7.

❻ Se $P_{imax} < R_o$ p/ algum i, calcule nº de componentes a serem alocados em paralelo com componente i.

❼ Pare! Uma solução ótima foi encontrada.

Redundância no passo 6 pode ser alocada de duas maneiras:

Opção 1: Nº de componentes em paralelo dado por:

$$N_{1i} = \begin{cases} r_{1i}, & se\ r_{1i}\ for\ inteiro \\ \lfloor r_{1i} \rfloor + 1, & se\ r_{1i}\ nao\ for\ inteiro \end{cases}$$

r_{1i} é dado por:

$$r_{1i} = \frac{\ln(1 - R_o)}{\ln(1 - P_i)}$$

P_i = *conf. inicial do componente (aloca-se redundância s/ alterar componente).*

Expressão derivada de $R_o = 1 - (1 - P_i)^N$

Redundância no passo 6 pode ser alocada de duas maneiras:

Opção 2: Incrementa-se a confiabilidade do compon. i até P_{imax} e então aloca-se redundância:

$$N_{2i} = \begin{cases} r_{2i}, & se\ r_{2i}\ for\ inteiro \\ \lfloor r_{2i} \rfloor + 1, & se\ r_{2i}\ nao\ for\ inteiro \end{cases}$$

r_{2i} dado por:

$$r_{2i} = \frac{\ln(1 - R_o)}{\ln(1 - P_{imax})}$$

Se $N_{1i} = N_{2i}$, opção 1 é mais barata!

De volta ao exemplo:

- Sistema c/ 6 componentes e confiabilidades $R_1 = 0.75$, $R_2 = 0.80$, $R_3 = 0.87$, $R_4 = 0.90$, $R_5 = 0.95$ e $R_6 = 0.99$.
- Sabe-se que R_1 e R_2 devem ser aumentados p/ 0.848.
- Suponha $P_{1max} = 0.80$ e $P_{2max} = 0.85$ e calcule a redundância necessária p/ componentes.

Passos adicionais:

❹ Liste confiabilidades máximas dos primeiros k componentes:

$$P_{1max} = 0.80$$
$$P_{2max} = 0.85$$

❺ + ❻ $P_{1max} < R_o = 0.848$ e $P_{2max} > R_o = 0.848$. Alocar redundância no primeiro componente.

Opções de redundância:

Opção 1:

$$N_{11} = \left\lfloor \frac{\ln(1-0.8484)}{\ln(1-0.75)} \right\rfloor + 1 = 2$$

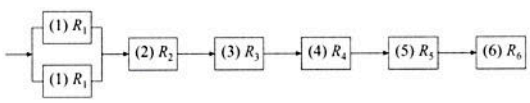
Esta é a opção mais econômica!

Opção 2:

$$N_{21} = \left\lfloor \frac{\ln(1-0.8484)}{\ln(1-0.80)} \right\rfloor + 1 = 2$$

Resultado final

- P/ atingir confiabilidade desejada:
  - alocar 2 componentes 1 em paralelo (s/ alterar confiabilidade original do componente)
  - incrementar confiabilidade do componente 2.



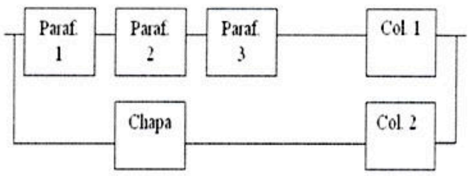
Tutorial do *Prosis*

- Considere as informações na tabela, relativas a um sistema de componentes e suas distribuições de probabilidade. Nosso objetivo é:
  - Inserir informações sobre comp, subsistemas e sistema;
  - Analisar os gráficos de confiabilidade resultantes;
  - Obter valores de confiabilidade e TTF;
  - Determinar componentes críticos e melhor alocação de confiabilidade para o sistema

Informações sobre componentes e suas distribuições de probabilidade

Nome do componente	Distribuição	Parâmetro de forma	Parâmetro de escala	Param. de localização	Custo Desenv.
Parafuso 1	Normal	0	122,172	210,56	1
Parafuso 2	Normal	0	2	120	1
Parafuso 3	Normal	0	10	100	1
Chapa	Exponencial	0	100	60	1
Coluna 1	Weibull	2	50	50	1
Coluna 2	Weibull	4	60	30	1

Componentes da tabela estão assim arranjados



PROCONF possui duas janelas de funções

- Dados
- Análise

Janela *Dados*

- Primeira a aparecer quando o programa é aberto
- Contém quatro planilhas:
  - (*i*) Informações Básicas,
  - (*ii*) Componentes,
  - (*iii*) Sistema e
  - (*iv*) Esquema

Informações básicas

- Aqui o usuário fornece informações sobre a análise em curso. Por exemplo:
  - Título do Projeto poderia ser *Tutorial*,
  - Unidade de Tempo poderia ser *Milhares de Horas*, seguido de Comentários pertinentes

Componentes

- Informações sobre componentes são inseridas:
  - Você deve identificar a distribuição e seus parâmetros para cada componente:
    - » Opções de distribuição são *exponencial, Weibull, Gama, lognormal, uniforme, normal* e *usuário*
  - Opção usuário demanda que o analista entre com tempos e confiabilidades respectivas na planilha de entrada de dados à direita da janela:
    - » *Software* gerará uma distribuição empírica utilizando essas informações; quanto maior o número de informações sobre tempos e confiabilidades, maior a precisão do ajuste à distribuição empírica.

Componentes (*Cont.*)

- Para cada opção, o usuário deverá informar os parâmetros:
  - Para saber como entrar corretamente com os parâmetros em cada tipo de distribuição, clique no ícone ? no canto direito superior da janela.
- Na última coluna, informe o custo de desenvolvimento de cada componente:
  - Ou seja, quanto custaria melhorar a confiabilidade do componente; a análise é comparativa (e opcional)

Sistema

- Informe como os componentes encontram-se arranjados:
  - Programa agrupa componentes em série e paralelo (a análise de sistemas complexos demandará um certo esforço para decomposição dos sistemas)
  - Escolha o tipo de arranjo de cada subsistema e os componentes que o compõem:
    - Lembre que os próprios subsistemas podem entrar como componentes em outros subsistemas, o que permitirá arranjos mais elaborados
  - Último subsistema a ser definido deverá ser o próprio sistema

Esquema

- Esta planilha ainda está em desenvolvimento

Janela *Análise de Confiabilidade*

- Janela possui quatro planilhas:
  - (*i*) análise de confiabilidade;
  - (*ii*) gráficos e inferências;
  - (*iii*) componente crítico; e
  - (*iv*) alocação de confiabilidade

Análise de Confiabilidade

- Aqui, valores de tempo e funções derivadas de confiabilidade são informados:
  - Você pode escolher componentes e subsistemas para os quais deseja fazer a análise
  - Você também pode escolher a escala de tempo em que deseja trabalhar, componente ou sistema
    - A escala para o sistema será correspondente a menor escala de tempo dentre todos os componentes e subsistemas que o compõem

Gráficos e inferências

- Aqui são apresentados os gráficos de confiabilidade e distribuição para cada componente, subsistema e para o sistema completo
- Mais uma vez, a escala de tempo pode ser definida pelo usuário

Componente crítico

- A planilha apresenta um gráfico de Pareto informando a importância relativa de cada componente no sistema:
  - Componentes importantes são aqueles que apresentam maior impacto sobre a confiabilidade global do sistema

Alocação de confiabilidade

- Esta planilha informa a alocação de confiabilidade aos componentes do sistema que implique no menor esforço e menor custo
- A alocação considera a meta de confiabilidade especificada pelo usuário num determinado tempo

Entre as informações apresentadas anteriormente no programa e analise suas funções operacionais

Exercícios

- Resolva os seguintes problemas do livro-texto:
  - 25 (pág. 80)
  - 26 (pág. 81)
  - 29 (pág. 82)