ENGENHARIA DA QUALIDADE A
ENG 09008

AULA 7
FUNÇÃO PERDA QUADRÁTICA

PROFESSORES:

CARLA SCHWENGBER TEN CATEN

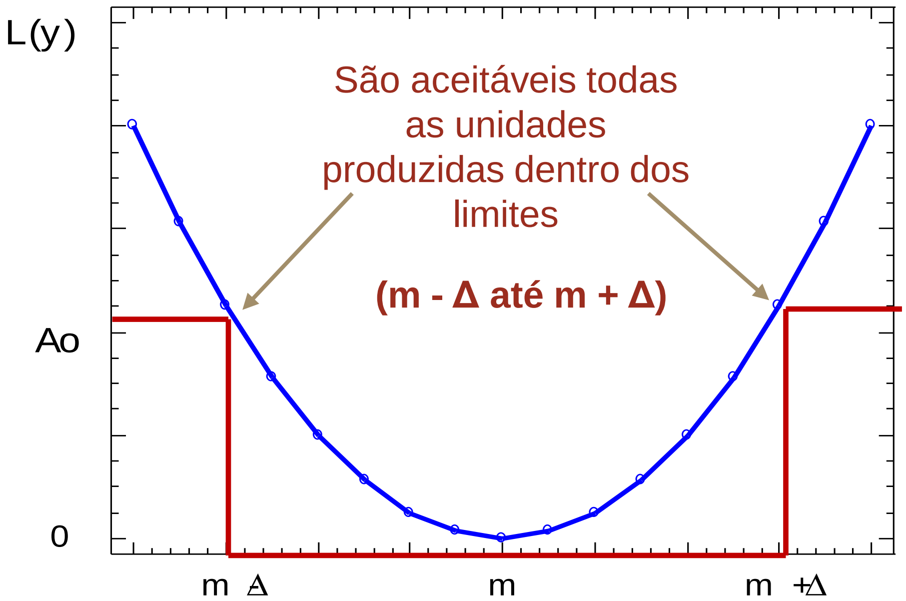
Tópicos desta aula

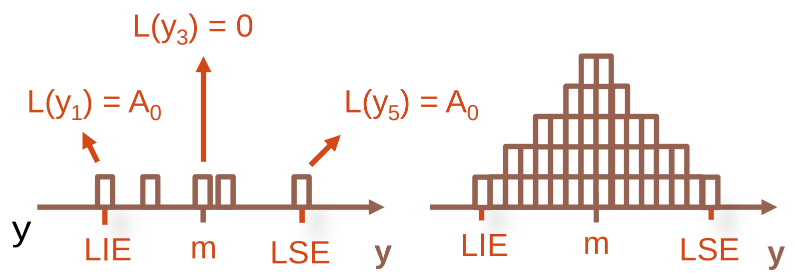
- Função de Perda de Taguchi (ou Função Perda Quadrática)
  - Abordagem Tradicional x Taguchi
  - A Função de Perda e o Controle do Processo
  - Determinação do coeficiente de perda
  - Cálculo da perda média unitária para um lote de produtos
  - Aplicações da função de perda

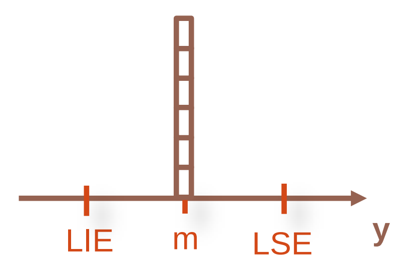
Abordagem Tradicional x Taguchi

- Abordagem Tradicional:
  - Atendimento às especificações e adequação do produto ao uso.
- Abordagem de Taguchi:
  - Atingir o alvo com a menor variabilidade possível em torno do mesmo
  - Perda imposta por um produto à sociedade a partir do momento em que é liberado para a venda.
    - Sociedade = fabricante + consumidor + demais não consumidores
    - Objetivo = minimizar as perdas impostas a este conjunto

Gráfico da Função Perda Quadrática







Perdas devida a má qualidade

- Cliente: perda de tempo, indisponibilidade do produto, insatisfação em relação ao desempenho do produto, poluição, manutenção, efeitos prejudiciais.
- Fabricante: sucata, retrabalho, perda de fatia de mercado.
- Perdas mútuas: gastos adicionais com reposição ou reparo do produto.

Perda = $$$$

Em todos os casos a perda será expressa em termos monetários

- Ou seja, se há um custo associado à má qualidade é importante considerar essa perda em todas as decisões gerenciais.

A Função Perda e o Controle do Processo

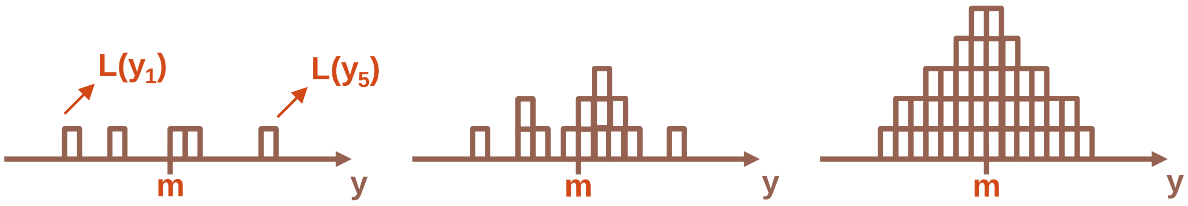
- A abordagem tradicional do controle do processo é considerar todas as unidades fabricadas dentro dos limites de especificação como boas, e aquelas fabricadas fora dos limites como defeituosas.
- A abordagem proposta por Taguchi é usar uma função de perda para avaliar:
  - Projeto do produto e do processo
  - Produção
  - Assistência técnica

Formulação - Nominal é melhor

- A função de perda é empregada para quantificar a perda que um produto impõem à sociedade pela falta de qualidade.
- Em muitos casos, essa perda resulta aproximadamente proporcional ao quadrado do desvio da meta estabelecida para uma certa característica de qualidade, ou seja:

$$L(y_i) = k\,(y_i - m)^2$$

- Onde:
  - **$L(y_i)$** é a perda financeira, associada com o desvio da meta, para a unidade i;
  - **y_i** é o valor medido na unidade i para a característica de qualidade em estudo;
  - **m** é a meta para a respectiva característica de qualidade; e
  - **k** é o coeficiente de perda da qualidade, que converte o desvio do alvo em R$ (o valor de k está associado a uma perda unitária)



Determinação do coeficiente de perda

- Para determinar o valor de k basta que se conheça a perda associada a um certo valor da característica de qualidade y.

$$k = \frac{A_o}{\Delta^2}$$

Onde:

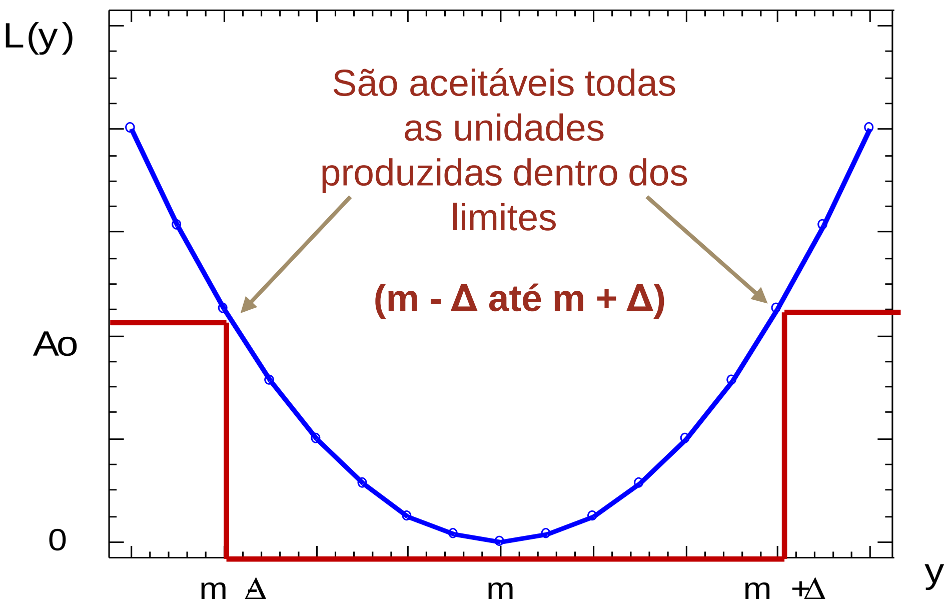
- A_0 é o custo de reparo ou substituição do produto (para o cliente).
- Δ é o desvio da meta que exigiria reparo ou substituição.

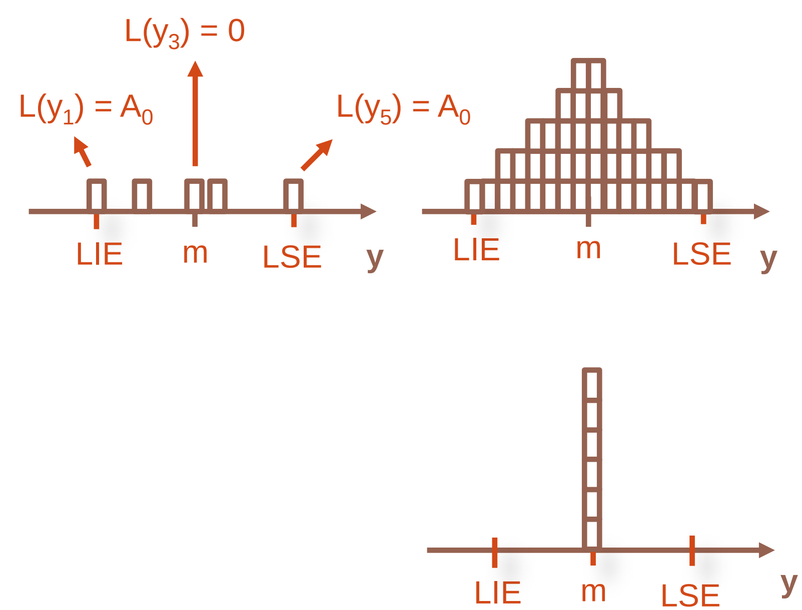
Gráfico da Função Perda Quadrática

$$L(y_i) = k(y_i - m)^2 = ky_i^2 - 2ky_i m + km^2$$

$$L(y_i)' = 2ky_i - 2km$$ → **Derivada em y_i**

$$0 = 2ky_i - 2km \quad \rightarrow \quad y_i = m$$ → **Ponto de perda nula**





Aplicações da função de perda

Exemplo: Uma CQ crítica da peça é o seu comprimento com especificações m=20 ± 4cm e seu custo é A_0= R$32,00/peça.

$$k = \frac{A_0}{\Delta_0^2} = \frac{R\$32}{(4cm)^2} = R\$2{,}00/cm^2$$

$$L_{20} = K \times (y-m)^2 = 2\{(20-20)^2\} = R\$0{,}00/\,pç$$

$$L_{21} = K \times (y-m)^2 = 2\{(21-20)^2\} = R\$2{,}00/\,pç$$

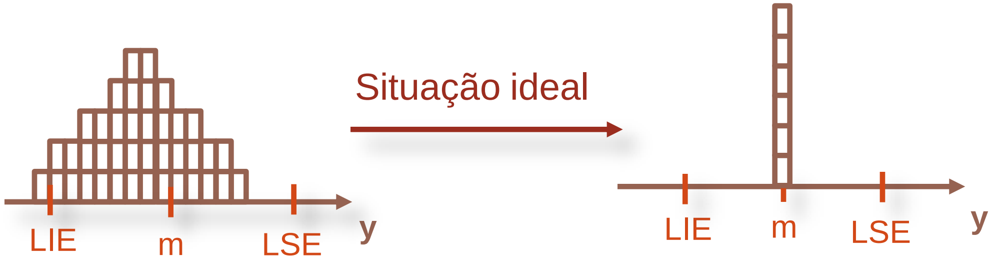
$$L_{22} = K \times (y-m)^2 = 2\{(22-20)^2\} = R\$8{,}00/\,pç$$

$$L_{23} = K \times (y-m)^2 = 2\{(23-20)^2\} = R\$18{,}00/\,pç$$

$$L_{24} = K \times (y-m)^2 = 2\{(24-20)^2\} = R\$32{,}00/\,pç$$

Vantagens da Função Perda

- Na concepção clássica, os procedimentos de melhoria terminam quando se atinge a condição de produzir todas as unidades dentro das especificações.
- Na ótica da função de perda, os procedimentos de melhoria irão continuar até que se atinja a perfeição, ou seja, processo exatamente centrado e com variabilidade nula.
- O uso da função de perda implica uma filosofia de melhoria contínua da qualidade.



Cálculo para um Lote de Produtos

- A perda financeira média por unidade para um lote de produtos é dada por:

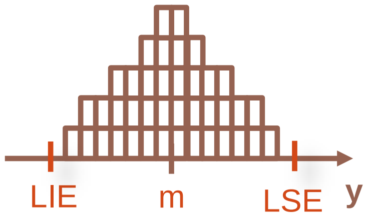
Perda média de uma peça (em *n* peças produzidas)

$$L = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k\left(y_i - m\right)^2$$

$$L = k\left\{\frac{\sum y_i^2}{n} - \frac{2m\sum y_i}{n} + \frac{\sum m^2}{n}\right\}$$

Soma das perdas de *n* peças produzidas

$$\sum_{i=1}^{n} k(y_i - m)^2$$



- Somando e subtraindo $(\Sigma\, y_i / n)^2$, obtemos:

$$L = k\left\{\left(\bar{y} - m\right)^2 + s^2\right\}$$

Observando-se a **perda média unitária** de um lote ao longo do tempo pode-se identificar se o processo melhorou ou não

Cálculo para um Lote de Produtos

$$L = k\left\{(\bar{y} - m)^2 + s^2\right\}$$

- Ou seja, conhecidos k e m, basta computar a média e o desvio padrão de um lote para estimar a perda média por unidade.
- A equação acima deixa claro que há duas parcelas que contribuem para a perda de qualidade:
  - Desvio da meta $\longrightarrow$ $(\bar{y} - m)$
  - Dispersão (falta de homogeneidade) $\longrightarrow$ s
- Em geral é muito mais fácil corrigir desvios da meta do que dispersão

Aplicações da função de perda

Exemplo: Uma CQ crítica da peça é o seu comprimento com especificações m=20 ± 4cm e seu custo é A_0= R$32,00/peça. Em um mês fabrica-se 200 peças. O processo foi avaliado em relação a esta CQ apresentando média 22cm e desvio-padrão 1 cm.

$$k = \frac{A_0}{\Delta_0^2} = \frac{R\$32}{(4cm)^2} = R\$2{,}00/cm^2$$

$$L = K\left\{(\bar{y}-m)^2 + S^2\right\} = 2\left\{(22-20)^2 + 1^2\right\} = R\$10{,}00/pç$$

$$L_{n=200} = 200\,pç \times R\$10{,}00/pç = R\$2000{,}00/mês$$

Aplicações da função de perda

Exemplo: Se o processo fosse centralizado (m=20cm), qual seria o ganho ou a redução da perda? Se o investimento para a centralização fosse de R$ 8000,00, em quantos meses retornaria o investimento (ROI)?

$$L = K\left\{(\bar{y}-m)^2 + S^2\right\} = 2\left\{(22-20)^2 + 1^2\right\} = R\$10{,}00 / pç$$

$$L_{n=200} = 200\,pç \times R\$10{,}00/pç = R\$2000{,}00/mes$$

$$L = K\left\{(\bar{y}-m)^2 + S^2\right\} = 2\left\{(20-20)^2 + 1^2\right\} = R\$2{,}00 / pç$$

$$L_{n=200} = 200\,pç \times R\$2{,}00/pç = R\$400{,}00/mes$$

$$Ganho = R\$2000{,}00/mes - R\$400{,}00/mes = R\$1600{,}00/mes$$

$$ROI = R\$8000{,}00/R\$1600{,}00 = 5\,meses$$

Análise dos Problemas de Qualidade

- Uma estatística que revela a natureza dos problemas de qualidade é a seguinte:

$$Q = \left| \frac{(\bar{y} - m)}{s} \right|$$

- Se Q for maior que 1, a perda devido ao desvio da meta é preponderante, e provavelmente será possível efetuar uma melhora significativa no processo com facilidade.
- Se Q for próximo de zero, o processo já está centrado e os problemas de qualidade são basicamente devidos à dispersão. Esse caso é mais difícil de resolver e, em geral, irá exigir ação sobre as causas comuns (ação sobre o sistema).

Análise dos Problemas de Qualidade

- Exemplo: sejam dois processos com m = 0 e k = 1.

Processo 1:

y bar = 0,0

s = 1,0

$L = 1\ \{(0 - 0)^2 + 1^2\} = 1$

$Q = (0 - 0) / 1 = 0$

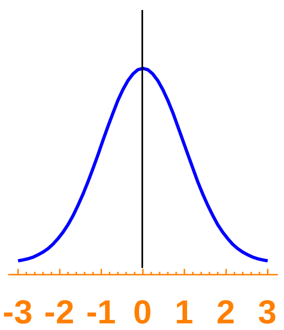
Processo 2:

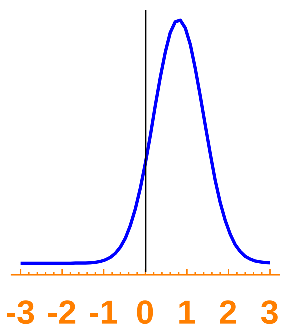
y bar = 0,8

s = 0,6

$L = 1\ \{(0,8 - 0)^2 + 0,6^2\} = 1$

$Q = (0,8 - 0) / 0,6 = 1,33$





$$L = k\left\{\left(\bar{y} - m\right)^2 + s^2\right\}$$

$$Q = \left|\frac{(\bar{y} - m)}{s}\right|$$

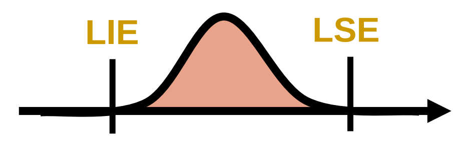
- Ambos os processos têm a mesma perda unitária média; contudo, deve ser mais fácil atuar sobre (e melhorar) o processo 2.

Características de qualidade e função perda

- Existem três tipos de características de qualidade a serem consideradas para o cálculo da perda média unitária:
  - Nominal é melhor: dimensão, viscosidade, folga

    – valores podem variar entre duas extremidades

$$L = k\left\{(\bar{y} - m)^2 + s^2\right\}$$

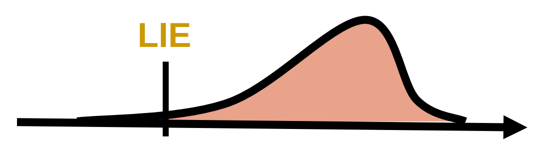


Nominal é melhor

  - Maior é melhor: resistência, tempo de vida

    – tem valor mínimo estabelecido

$$L = ?$$

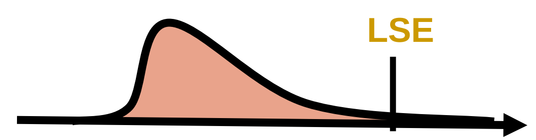


Maior é melhor

  - Menor é melhor: desgaste, retração, nível de ruído

    – tem valor máximo estabelecido

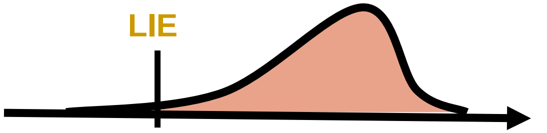
$$L = ?$$



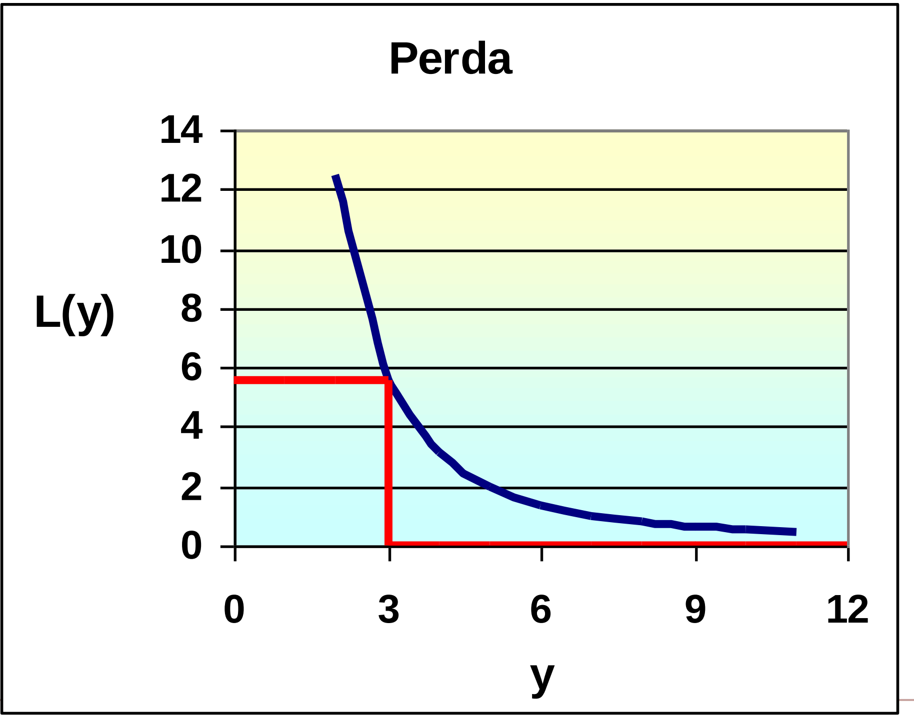
Menor é melhor

Perda para uma unidade Maior é melhor

$$L(y_i) = \frac{k}{y_i^2}$$



- A perda diminui a medida que y aumenta (maior é melhor) e é mínima quando y → ∞



Perda para uma unidade Maior é melhor

$$L(y_i) = \frac{k}{y_i^2}$$

- Se a perda é conhecida para um ponto qualquer y_0 , podemos determinar o valor de k a partir de:

$$k = y_o^2 \times L(y_o)$$

- O ponto y_0 (normalmente LIE) pode ser Δ_0 , ou seja, o ponto onde a maioria dos clientes irá exigir reparo ou substituição a um custo A_0. Assim,

$$k = \Delta_o^2 \times A_o$$

Perda para uma unidade Maior é melhor

- No caso de termos muitas unidades do mesmo produto, a perda média unitária para o lote é dada por:

$$L = \frac{1}{n} \sum k \left(\frac{1}{y_i^2} \right)$$

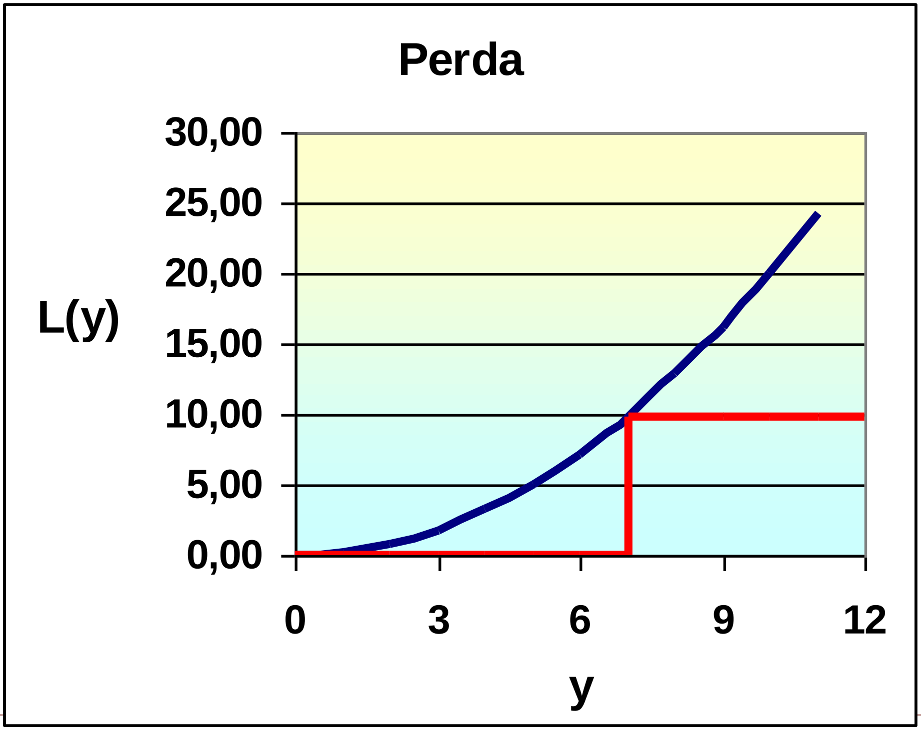
ou

$$L = k \left(\frac{1}{\overline{y}^2} \right) \left(1 + \frac{3s^2}{\overline{y}^2} \right)$$

Perda para uma unidade Menor é melhor

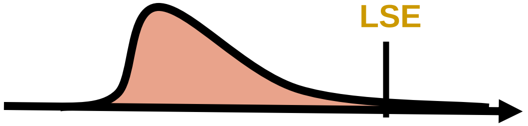
$$L(y_i) = k \times y_i^2$$

- A perda diminui a medida que y diminui (menor é melhor) e é mínima quando y → 0



Perda para uma unidade Menor é melhor

$$L(y_i) = k \times y_i^2$$



- Se a perda é conhecida para um ponto qualquer y_0 , podemos determinar o valor de k a partir de:

$$k = \frac{L\left(y_o\right)}{y_o^2}$$

- O ponto y_0 (normalmente LSE) pode ser Δ_0 , ou seja, o ponto onde a maioria dos clientes irá exigir reparo ou substituição a um custo A_0. Assim,

$$k = \frac{A_o}{\Delta_o^2}$$

Perda para uma unidade Menor é melhor

- No caso de termos muitas unidades do mesmo produto, a perda média unitária para o lote é dada por:

$$L = \frac{1}{n} \sum k \times y_i^2$$

ou

$$L = k\left(\bar{y}^2 + s^2\right)$$

Aplicações da função de perda

1) Comparação antes e depois de uma melhoria de um processo de fabricação de um produto

- A função de perda pode ser usada para monitorar melhorias no processo antes e depois de uma intervenção. É um índice mais consistente do que os índices usuais de capacidade, como o Cp.
- Isso é assim porque a função de perda considera tanto a perda devido à dispersão como a perda devido a desvios da meta.
- Os índices usuais de capacidade não consideram diretamente o desvio da meta. De forma que é possível ter processos bastante descentrados e ainda assim com um índice de capacidade alto.

Aplicações da função de perda

- Muitas vezes é difícil computar o verdadeiro valor de k, mas para efeitos comparativos (monitoramento, avaliação de melhorias) pode-se usar $k_{antes} = k_{depois} = 1$ uma vez que o custo do produto (A_o) e as tolerâncias (Δ) são as mesmas.
- Uma redução de 10% no valor de L implica uma redução de 10% nos custos da má qualidade, mesmo que não se conheça com exatidão esse valor.

$$k_{antes} = \frac{A_0}{\Delta_0^2}$$

$$k_{depois} = \frac{A_0}{\Delta_0^2}$$

$$k_{antes} = k_{depois} = 1$$

$$L_{antes} = 1\left\{(\bar{y}_{antes} - m)^2 + s_{antes}^2\right\}$$

$$L_{depois} = 1\left\{(\bar{y}_{depois} - m)^2 + s_{depois}^2\right\}$$

Aplicações da função de perda

2) Comparação de dois processos distintos de um mesmo produto

- Também é possível usar a função perda para comparar processos distintos, mesmo sem conhecer o valor exato de k.
- Nesse caso, atribui-se $A_{0\ processo1} = A_{0\ processo2} = 1$ para unidades que estejam sobre o limite de especificação . No entanto como são processos distintos, as tolerâncias também são distintas.

Aplicações da função de perda

- Neste caso, calcula-se o valor de k dividindo-se o valor Ao pelo Δ (semi-amplitude das tolerâncias) de cada processo, ou seja, os valores de K serão diferentes para os dois processos.

$$k_{processo1} = \frac{A_{0\,processo1}}{\Delta^2_{0\,processo1}}$$

$$k_{processo2} = \frac{A_{0\,processo2}}{\Delta^2_{0\,processo2}}$$

$$A_{0\,processo1} = A_{0\,processo2} = 1$$

$$L_{processo1} = \frac{1}{\Delta^2_{0\,processo1}}\left\{(\bar{y}_{processo1} - m_{processo1})^2 + s^2_{processo1}\right\}$$

$$L_{processo2} = \frac{1}{\Delta^2_{0\,processo2}}\left\{(\bar{y}_{processo2} - m_{processo2})^2 + s^2_{processo2}\right\}$$

Aplicações da função de perda

3) Definição de tolerâncias de produção

- A função perda também serve para auxiliar na definição das tolerâncias da produção, que podem ser diferentes das tolerâncias do cliente (limites de especificação).
- Quando o custo de reparar o produto ainda na fábrica é inferior a recuperar o produto já com o cliente, a empresa pode definir tolerâncias de produção mais estreitas do que tolerâncias dos clientes (limites de especificação).

Aplicações da função de perda

- Exemplo 1: o valor ótimo da velocidade de um disco rígido é 85 rps. Se esse valor difere em mais de 2 rps, haverá problemas na leitura dos dados e o cliente terá que consertar o disco rígido ao custo de R$ 50,00. Assim:

$$L(y_i) = k(y_i - m)^2 = \frac{A_0}{\Delta_0^2}(y_i - m)^2 \qquad L(y_i) = \frac{50}{2{,}0^2}(y_i - m)^2 = 12{,}5(y_i - 85)^2$$

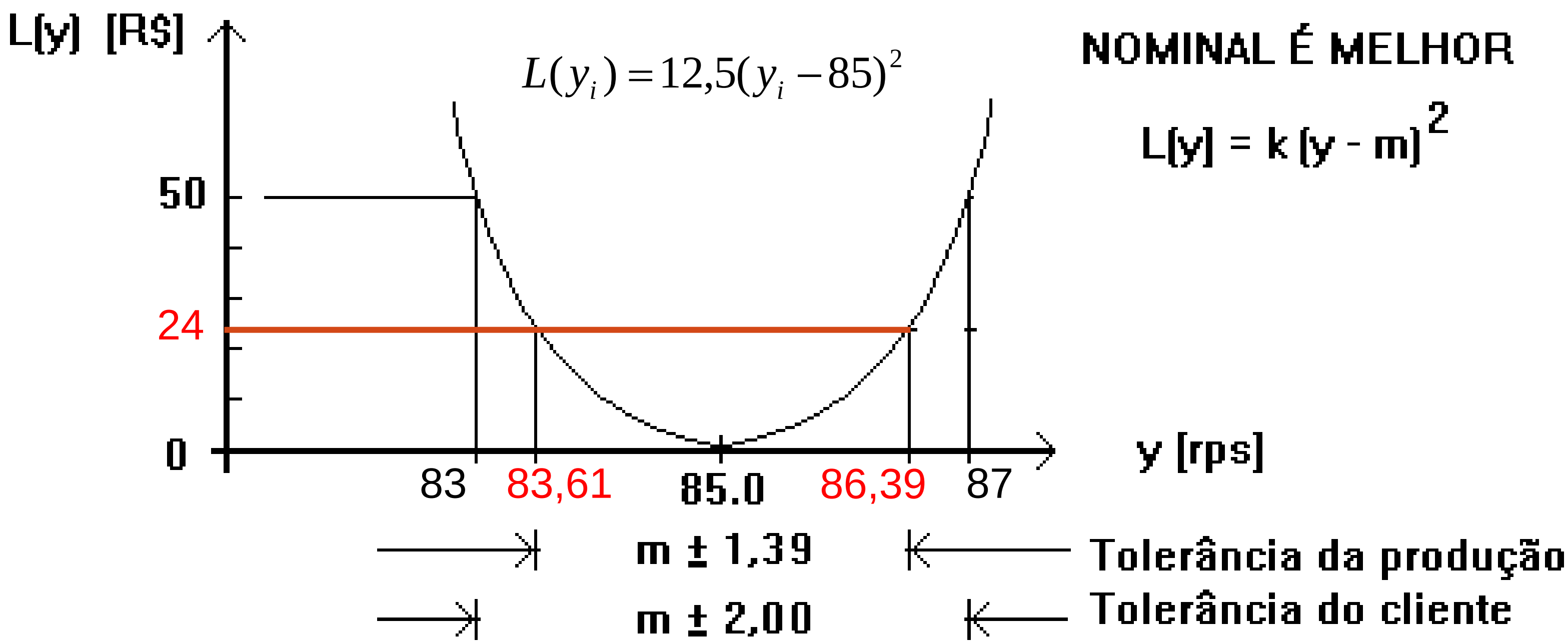
- Se o custo de reparo na saída da linha for de R$ 24,00 por aparelho, a tolerância para a produção deveria ser definida a partir de:

24,00 = 12,5 (yi - 85)²

y = 85 ± (24 / 12,5)^0,5 = 85 ± 1,39 rps

- Assim, a tolerância da produção fica definida em 85 ± 1,39. Os aparelhos que ultrapassarem esse limite deveriam ser reparados na fábrica, pois isso é mais econômico.

Aplicações da função de perda



Aplicações da função de perda

- Exemplo 2: Quanto maior a resistência à tração de certos suportes cerâmicos utilizados como isoladores, melhor. Se a resistência for inferior a 7,5 kN o suporte romperá, acarretando um custo de R$ 80,00 para o cliente. Então:

  $L(y_i) = k / y_i^2$

  $k = (\Delta_o)^2 \times A_o = 7{,}5^2 \times 80 = 4500$

- Supondo que seja possível detectar falhas nesses suportes e reforçá-los (antes que eles deixem a fábrica) a um custo de R$35,00, teremos:

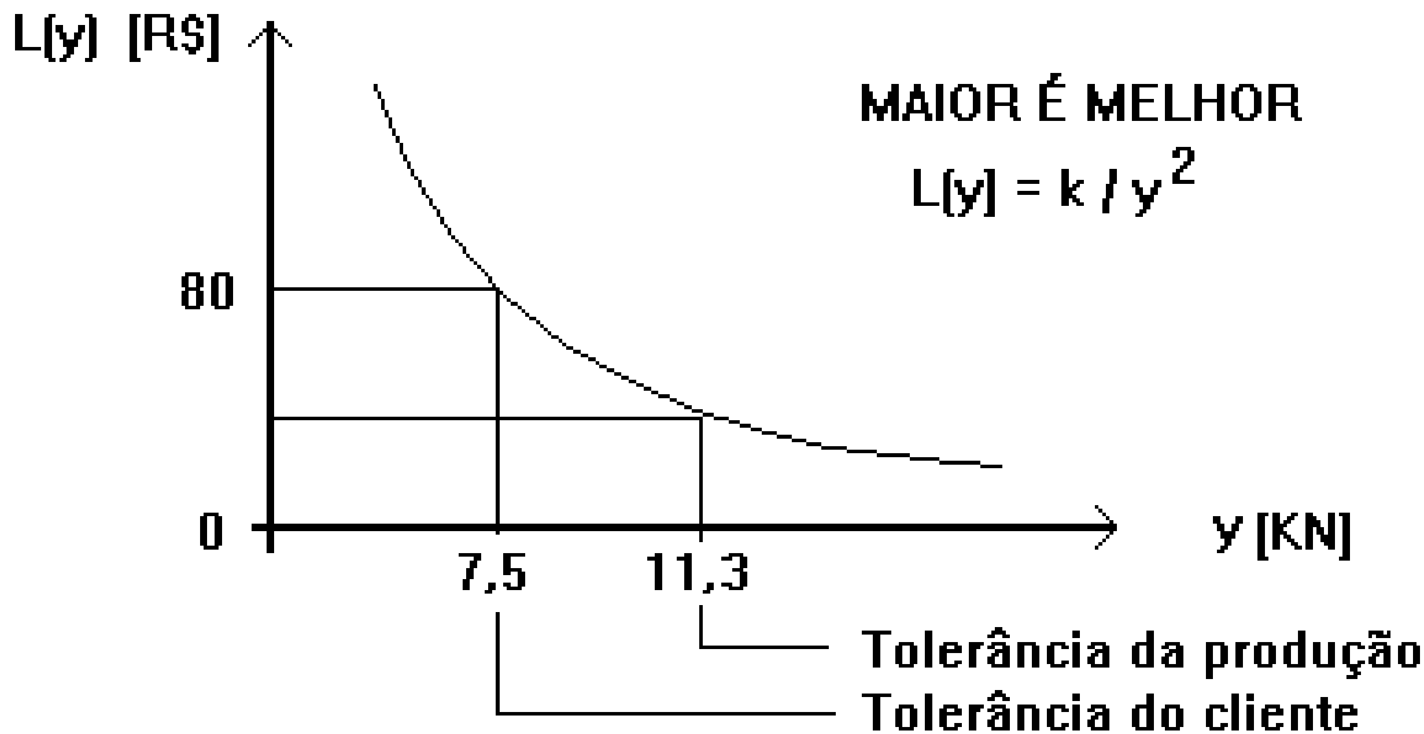
  $L(y_i) = 4500 / y_i^2$

  $35{,}00 = 4500 / y_i^2$

  $y = 11{,}3$ kN

- De modo que a tolerância recomendada para a produção será de 11,3 kN.

Aplicações da função de perda



Tópicos próxima aula

- Projetos de Experimentos
  - Terminologia
  - Passos de implementação
  - Princípios fundamentais
  - One Way ANOVA
  - Otimização