ENGENHARIA DA QUALIDADE A
ENG 09008

AULA 6
CARTAS DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS

PROFESSORES:

CARLA SCHWENGBER TEN CATEN

Tópicos desta aula

- Cartas de Controle para Variáveis
  - Tipo 1: $\overline{X}$ e R
  - Tipo 2: $\overline{X}$ e S
  - Tipo 3: $\tilde{X}$ e R
  - Tipo 4: Valores individuais e R
- Cartas de Controle para Atributos
  - Tipo 5: carta p
  - Tipo 6: carta np
  - Tipo 7: carta c
  - Tipo 8: carta u

Aula 6

Cartas de controle para atributos

- Atributos são características que são comparadas com um certo padrão e por isso podem assumir apenas valores discretos
  - Contagem de produtos classificados como não-conforme (produtos defeituosos)
  - ou uma contagem de não-conformidades (defeitos) por produto
- Não-conformidade é uma característica da qualidade do produto fora do padrão –refere-se aos defeitos de um produto
- Não conforme refere-se a contagem de produtos defeituosos
- Um produto é não-conforme (defeituoso) pois apresenta pelo menos uma não-conformidade (defeito).
- Exemplos:
  - A presença do manual de instruções, continuidade de um circuito elétrico, existência de manchas ou risco em um terno.

Produtos não-conformes

Percentual de não-conformes ou defeituosos:

- conta-se o número de produtos defeituosos ou não-conformes (basta ter uma não-conformidade)

$$p = \frac{\text{núm de peças não} - \text{conformes}}{\text{núm total de peças inspecionadas}} = \frac{discreto}{discreto}$$

- segue a distribuição Binomial
- Varia entre 0 e 1
- permite calcular o complementar

Não-conformidades no produto

Taxa de não-conformidades ou defeitos:

- refere-se a contagem do número de defeitos no produto

$$\lambda = \frac{núm\ de\ \ não - conformidades}{unid\ \ de\ medida\ do\ \ produto} = \frac{discreto}{contínuo}$$

- segue a distribuição de Poisson
- A taxa varia de 0,1,2,3,...,∞
- não permite encontrar o complementar

Importância das C. C. para atributos

- Os atributos existem na maioria dos processos técnicos ou administrativos. Portanto, há muitas aplicações para este tipo de carta.
- A gerência costuma sumarizar resultados utilizando dados do tipo atributo, por isso, muitas vezes os dados históricos são do tipo atributo.
- Em geral os atributos não requerem muita especialização para a coleta dos dados. O monitoramento usando atributos pode ser uma etapa intermediária, anterior ao monitoramento de variáveis.

Tipos de carta de atributos

- Tipo 5: carta p
  - fração de não-conformes (as amostras podem ser de tamanhos diferentes).
- Tipo 6: carta np
  - número de não-conformes (as amostras devem ter o mesmo tamanho)
- Tipo 7: carta c
  - número de não-conformidades (as amostras devem ser do mesmo tamanho)
- Tipo 8: carta u
  - número de não-conformidades por unidade (as amostras podem ser de tamanhos diferentes)

Tipo 5: Carta p - fração de não-conformes

- A carta p mede fração de não-conformes (ou produtos defeituosos) em um grupo.
- O grupo pode ser definido como:
  - 100 unidades coletadas duas vezes ao dia, ou
  - 80 unidades extraídas de cada lote de produção, etc.

Passo 1: Coleta de dados

- Cartas de atributo exigem amostras de tamanho considerável (em geral 50 a 200 unidades ou mais) para serem eficientes na detecção de alterações no processo.
- Recomenda-se $n\,\overline{p} > 5$ para que seja possível uma análise eficiente de padrões (aproximação pela distribuição normal).
- O tamanho das amostras (n) pode ser variável, mas é mais prático trabalhar com subgrupos de tamanho constante.
- A freqüência de amostragem deve fazer sentido em termos de períodos de produção. Por exemplo, 1 amostra a cada 2 lotes ou 1 amostra por turno, etc.

Passo 1: Coleta de dados

- Para cada amostra, anotar:
  - n = número de itens inspecionados (tamanho da amostra)
  - d = np=número de itens não-conformes (ou defeituosos)
  - p = d/n = fração de não-conformes
- E então calcular:
  - $\hat{p}_i = \frac{np_i}{n_i} = \frac{d_i}{n_i}$ = fração de não-conformes para coleta i

Passo 1: Coleta de dados

Exemplo: número de embalagens de suco de fruta transportadas até o cliente que se apresentavam não-conformes (amassadas). As medições foram feitas a partir de amostras de 80 unidades.

Lote	n	d_i	p_i	Lote	n	d_i	p_i	Lote	n	d_i	p_i
1	80	9	0,112	11	80	18	0,225	21	80	25	0,313
2	80	11	0,138	12	80	13	0,163	22	80	16	0,200
3	80	5	0,063	13	80	23	0,287	23	80	10	0,125
4	80	8	0,100	14	80	9	0,113	24	80	13	0,163
5	80	17	0,213	15	80	11	0,137	25	80	8	0,100
6	80	10	0,125	16	80	6	0,075	26	80	14	0,175
7	80	15	0,188	17	80	14	0,175	27	80	10	0,125
8	80	11	0,137	18	80	12	0,150	28	80	7	0,088
9	80	6	0,075	19	80	21	0,263	29	80	13	0,163
10	80	7	0,087	20	80	19	0,238	30	80	16	0,200

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Fração média de não-conformes

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \hat{p}_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} d_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{d_1 + d_2 + \cdots + d_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$$

- Desvio padrão do fração de não-conformes

Distribuição Binomial

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} \Big/ \sqrt{n}$$

Limites fixos

$$\sigma_{\hat{p}_i} = \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} \Big/ \sqrt{n_i}$$

Limites variáveis

Esses cálculos devem ser feitos com um número grande de amostras, digamos, k > 25, e em uma situação de processo sob controle.

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de:

Fração de não-conformes

$$LCS = \overline{p} + 3\sigma_{\hat{p}}$$

$$LC = \overline{p}$$

$$LCI = \overline{p} - 3\sigma_{\hat{p}}$$

- Se o limite inferior resultar em valor negativo, então deve ser fixado em zero.
- Se o tamanho dos subgrupos for variável, os limites de controle não serão uma linha contínua, mas uma linha dentada.

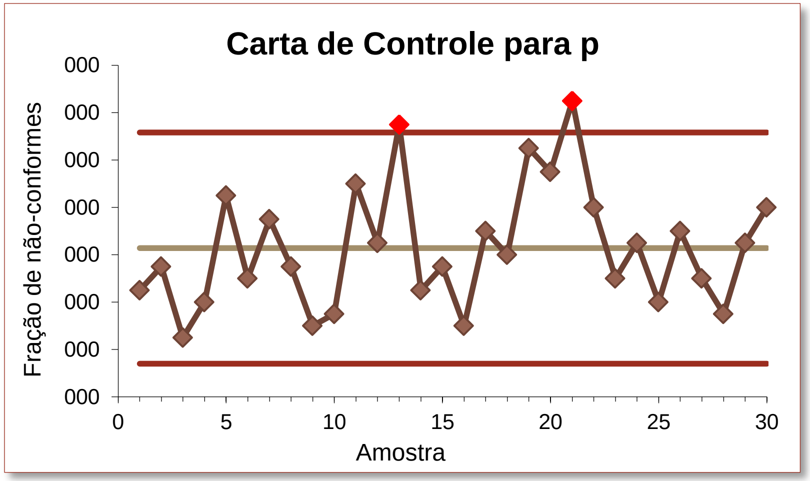
Passo 2: Cálculo dos limites de controle

Para o exemplo anterior

$$\bar{p} = \frac{\sum n\hat{p}_i}{\sum n_i} = \frac{377}{30 \times 80} = 0{,}157$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = \sqrt{\frac{0{,}157(1-0{,}157)}{80}} = 0{,}0407$$

- Limites de controle fração de não-conformes :
  - LCS = 0,157 + 3 x 0,0407 = 0,279
  - LC = 0,157
  - LCI = 0,157 - 3 x 0,0407 = 0,035



Passo 2: Cálculo dos limites de controle

Como o processo apresentou duas causas especiais, deve-se recalcular os limites de controle eliminando as amostras 13 e 21.

Conhecendo-se $\overline{p} = 0{,}147$ e $\sigma = 0{,}0396$, os limites de controle para a fração de não-conformes resultam:

$$LCI = \overline{p} - 3\sigma_p = 0{,}147 - 3 \times 0{,}0396 = 0{,}028$$

$$LCS = \overline{p} + 3\sigma_p = 0{,}147 + 3 \times 0{,}0396 = 0{,}266$$

Passo 3: Monitoramento

- A presença de um ou mais pontos fora dos limites de controle é uma evidência de instabilidade (causa especial).
- As seguintes constatações também indicam alterações no processo (válidas para $n\overline{p} > 9$):
  - 7 pontos em seqüência acima (ou abaixo) da linha central
  - 7 pontos em seqüência ascendente (ou descendente)

Passo 4: Avaliação da capacidade

- Após a identificação e eliminação das causas especiais, o processo pode ser avaliado em relação a sua capacidade.
- No caso de atributos, a capacidade é em geral expressa como % de produtos conformes que o processo produz, ou seja,
- Capacidade = $(1 - \overline{p}) \times 100$
- Assim, se um processo tem $\overline{p} = 0{,}147$ sua capacidade será: $(1 - 0{,}147) \times 100 = 85{,}3\%$
- Essa capacidade deve ser comparada com as expectativas e metas gerenciais. Caso ela não seja satisfatória, a gerência deve agir sobre o sistema (causas comuns).

Passo 4: Avaliação da capacidade

- Alternativamente o fração de não-conformes pode ser comparado com as expectativas e metas gerenciais (por exemplo 5%), gerando um índice de capacidade Cp, dado por:

$$C_{\hat{p}} = \frac{p_{meta\,gerencial}}{\overline{p}} = \frac{0{,}05}{0{,}147} = 0{,}34$$

- Caso Cp < 1, a gerência deve agir sobre o sistema.
- A ação sobre as causas comuns é mais difícil e em geral irá envolver o estudo de variáveis, e o uso de técnicas estatísticas como o uso de projeto de experimentos ou análise multivariada.

Tipo 6: Carta np - nº de não-conformes

- A carta np segue a mesma lógica da carta p, mas agora, ao invés da fração de não-conformes, se monitora o número de não-conformes.
- A carta np é mais apropriada quando:
  - o número de não conformes tem um maior significado,
  - o tamanho dos subgrupos é sempre o mesmo (constante).

Passo 1: Coleta de dados

Exemplo: número de embalagens de suco de fruta transportadas até o cliente que se apresentavam não-conformes (amassadas). As medições foram feitas a partir de amostras de 80 unidades.

Lote	d_i	$\hat{p}_i$	Lote	d_i	$\hat{p}_i$	Lote	d_i	$\hat{p}_i$
1	9	0,112	11	18	0,225	21	25	0,313
2	11	0,138	12	13	0,163	22	16	0,200
3	5	0,063	13	23	0,287	23	10	0,125
4	8	0,100	14	9	0,113	24	13	0,163
5	17	0,213	15	11	0,137	25	8	0,100
6	10	0,125	16	6	0,075	26	14	0,175
7	15	0,188	17	14	0,175	27	10	0,125
8	11	0,137	18	12	0,150	28	7	0,088
9	6	0,075	19	21	0,263	29	13	0,163
10	7	0,087	20	19	0,238	30	16	0,200

$$n\bar{p} = \frac{\sum d}{k} = \frac{377}{30} = 12{,}5$$

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Número médio de não-conformes

$$n\overline{p} = \frac{d_1 + d_2 + \ldots + d_k}{k}$$

$$n\overline{p} = \frac{\sum d}{k} = \frac{377}{30} = 12{,}57$$

$$\overline{p} = \frac{n\overline{p}}{n} = \frac{12{,}57}{80} = 0{,}157$$

$$n\overline{p} = n \times \overline{p} = 80 \times 0{,}157 = 12{,}57$$

- Desvio padrão do número de não-conformes

$$\sigma_{n\hat{p}} = \sqrt{n\overline{p}(1 - \overline{p})}$$

Distribuição Binomial

$$\sigma_{n\hat{p}} = \sqrt{n\overline{p}(1 - \overline{p})} = \sqrt{12{,}57(1 - 0{,}157)} = 3{,}25$$

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de:

Número de não-conformes

$$LCS = n\overline{p} + 3\sigma_{n\hat{p}}$$

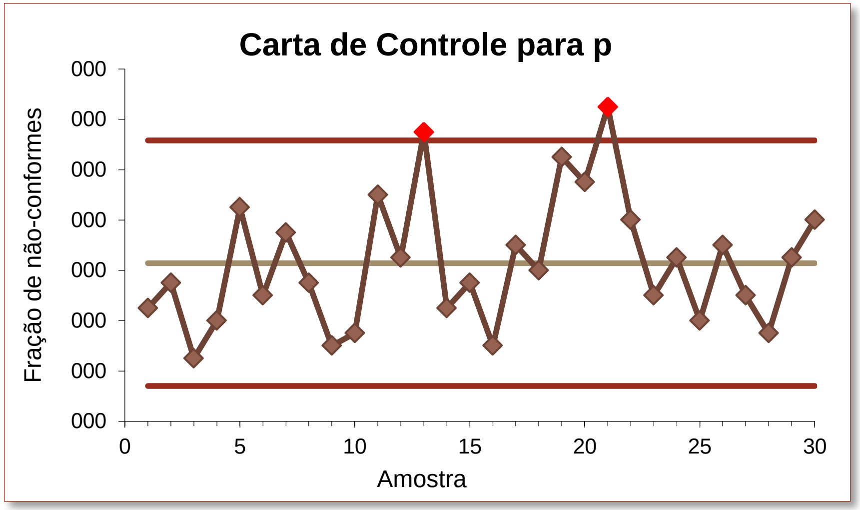
$$LC = n\overline{p}$$

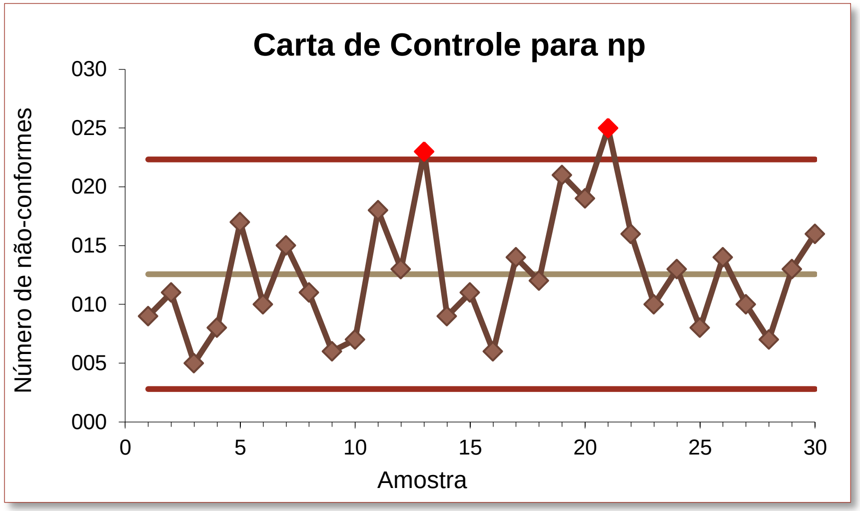
$$LCI = n\overline{p} - 3\sigma_{n\hat{p}}$$

$$LCS = 12{,}57 + 3\times 3{,}25 = 22{,}33$$

$$LC = 12{,}57$$

$$LCI = 12{,}57 - 3\times 3{,}25 = 2{,}80$$





Tipo 7: Carta c - nº de não-conformidades

- A carta c monitora o número de não-conformidades (ou defeitos) verificados em um grupo.
- A utilidade da carta c é confirmada quando os defeitos estão dispersos em um meio contínuo, como por exemplo:
  - Número de falhas por m^2 de tecido
  - Número de imperfeições por *km* de pavimento
  - Número de erros de digitação por página, etc.
  - Quando um produto pode apresentar mais de um tipo de defeito

Passo 1: Coleta de dados

- Deve-se especificar o tamanho (constante) da amostra, ou seja, número de unidades, ou *x* metros quadrados de área ou *y* metros de comprimento, etc.
- Então se anota o número de não conformidades verificado em cada amostra.
- Calcula-se o número médio de não-conformidades, onde c_i é o número de não-conformidades na amostra *i*.

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \ldots + c_k}{k} \qquad \sigma_c = \sqrt{\bar{c}}$$

Distribuição de Poisson

Passo 1: Coleta de dados

- Os dados a seguir representam o número de imperfeições (não-conformidades) observados na pintura da lataria de ônibus (≈ 155 m^2) no final da linha de montagem:

ônibus	c	ônibus	c
1	4	11	1
2	0	12	7
3	8	13	5
4	14	14	15
5	4	15	4
6	12	16	6
7	9	17	17
8	5	18	13
9	9	19	8
10	21	20	11

Média de 8,65 imperfeições em um meio contínuo de 155 m^2

$$\bar{c} = 173/20 = 8{,}65$$

$$\sigma_c = \sqrt{8{,}65} = 2{,}94$$

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

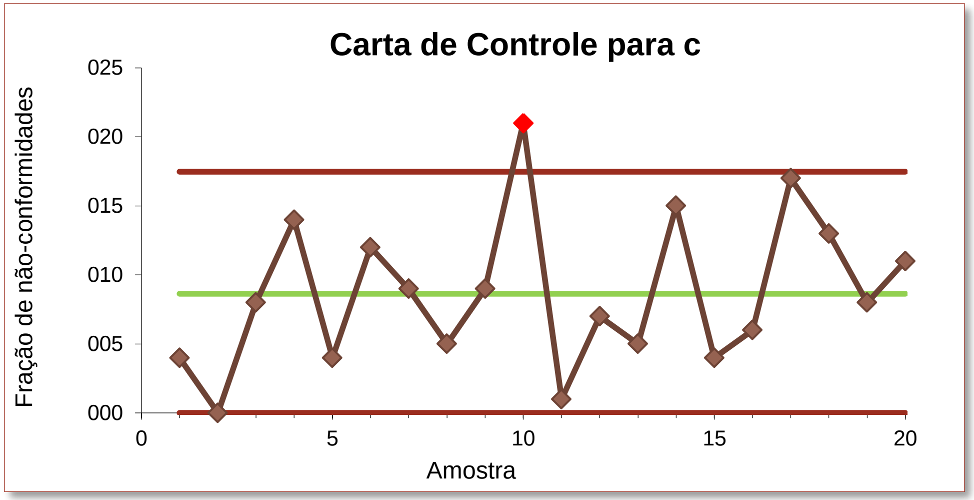
- Limites de controle para as cartas de:

Número de não-conformidades

$$LCS = \bar{c} + 3\sigma_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \qquad LCS = 8{,}65 + 3 \times 2{,}94 = 17{,}97$$

$$LCS = \bar{c} \qquad LC = 8{,}65$$

$$LCI = \bar{c} - 3\sigma_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \qquad LCI = 8{,}65 - 3 \times 2{,}94 = -0{,}17 = 0{,}00$$



Tipo 8: Carta u - nº de não-confor. por unidade

- A carta *u* monitora o número médio de não-conformidades por unidade produzida.
- É similar a carta *c* exceto que o número de não-conformidade é expresso em relação a cada unidade, ou seja, dividido pelo tamanho da amostra n.
- A carta *u* é útil quando o tamanho da amostra varia.

Passo 1: Coleta de dados

- A amostras não precisam ter o mesmo tamanho (mas se esse for o caso, os cálculos ficam facilitados). Conta-se o número de não conformidades da amostra, *c*, e se registra:

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{c_1 + c_2 + \ldots + c_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

$$\sigma_{u_i} = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

Amostra variável

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$$

Amostra constante

Distribuição de Poisson

$$\sigma_{u_1} = \sigma_{u_2} = \ldots = \sigma_{u_k} = \sigma_u$$

Passo 1: Coleta de dados

- Os dados a seguir representam o número de não-conformidades na costura observados em amostras de sapatos:

Lote	Número de unidades	Número de não-conformidades	Número de não-conformidades por unidade (u)
1	10	13	1,30
2	10	11	1,10
3	10	8	0,80
4	12	20	1,67
5	12	15	1,25
6	10	10	1,00
7	10	13	1,30
8	12	19	1,58
9	8	15	1,88
10	8	9	1,13
Total	**102**	**133**	
n médio	**10,2**		**1,30**

Média de 1,30 não-conformidades por calçado.

$$\bar{n} = \frac{n_1 + \cdots + n_k}{k} = \frac{102}{10} = 10,2$$

$$\bar{u} = \frac{c_1 + \cdots + c_k}{n_1 + \cdots + n_k} = \frac{133}{102} = 1,30$$

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

Número de não-conformidades por unidade

$$LCS = \bar{u} + 3\sigma_u$$

$$LCS = \bar{u}$$

$$LCI = \bar{u} - 3\sigma_u$$

Para limites fixos

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{133}{102} = 1{,}30 \quad \bar{n} = 10{,}2$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} = \sqrt{\frac{1{,}30}{10{,}2}} = 0{,}357$$

$$LCS = 1{,}30 + 3 \times 0{,}357 = 2{,}37$$

$$LC = 1{,}30$$

$$LCI = 1{,}30 - 3 \times 0{,}357 = 0{,}23$$

Para limites variáveis

$$\sigma_{u_1} = \sqrt{1{,}30/10} = 0{,}360$$

$$\sigma_{u_4} = \sqrt{1{,}30/12} = 0{,}330$$

$$\sigma_{u_{10}} = \sqrt{1{,}30/8} = 0{,}403$$

$$LCS_i = 1{,}30 + 3.\sigma_{u_i}$$

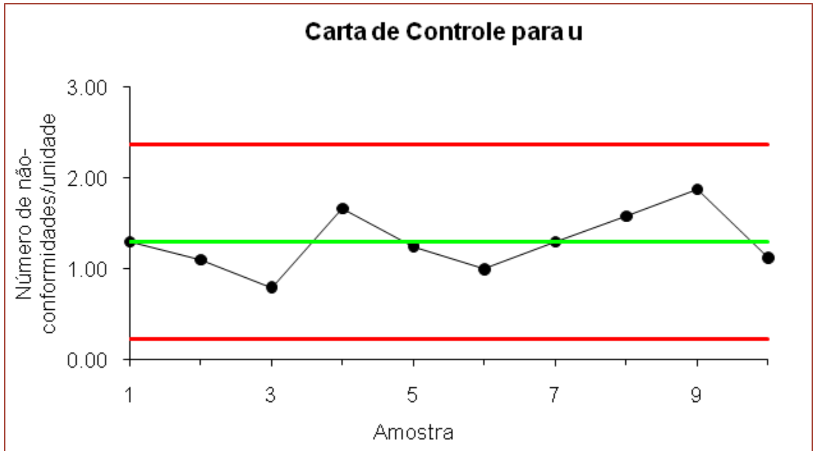
$$LC = 1{,}30$$

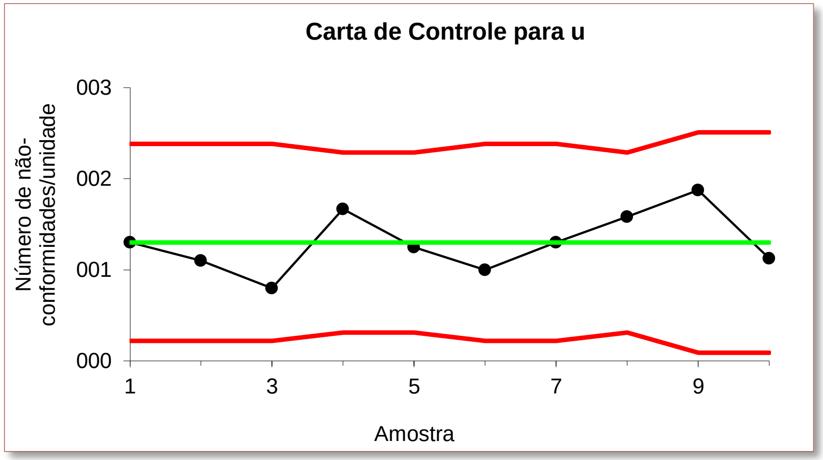
$$LCI_i = 1{,}30 - 3.\sigma_{u_i}$$

A cada amostra *i* tem-se novos limites

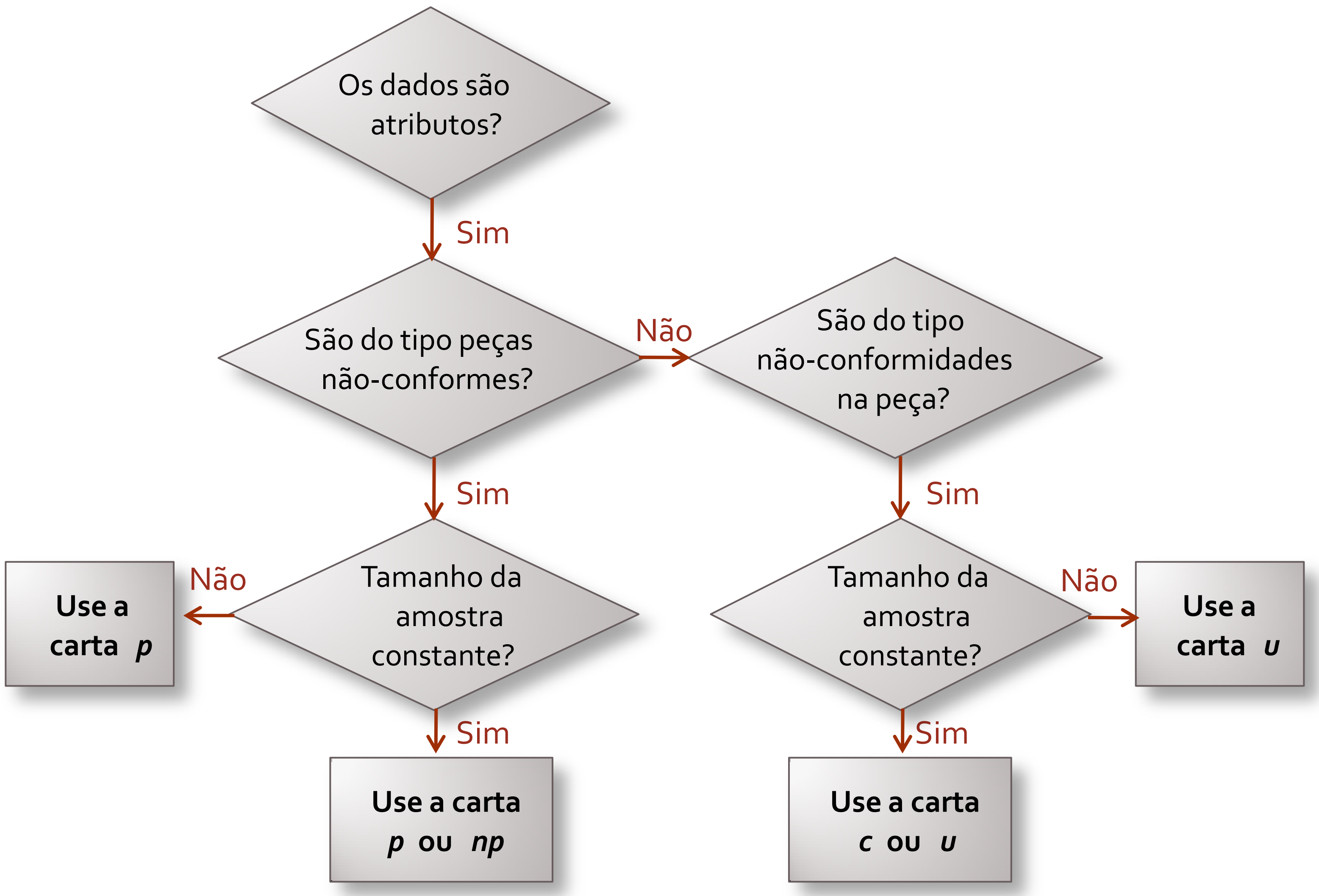
Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de não-conformidades por unidade:





Escolha do tipo de carta de controle



Tópicos próxima aula

- Função de perda de Taguchi
  - Abordagem Tradicional x Taguchi
  - A Função de Perda e o Controle do Processo
  - Determinação do coeficiente de perda
  - Cálculo da perda média unitária para um lote de produtos
  - Aplicações da função de perda

Distribuição Binomial

É adequada para descrever situações em que os resultados de uma variável aleatória podem ser agrupados em apenas duas categorias.

As categorias devem ser mutuamente excludentes: não há dúvidas quanto à classificação do resultado da variável nas categorias.

As categorias devem ser coletivamente exaustivas: nenhum outro resultado diferente das categorias é possível.

Exemplo:

- um produto manufaturado pode ser classificado como conforme ou não-conforme.
- a resposta de um questionário pode ser sim ou não.

Distribuição Binomial

- Variáveis contínuas também podem ser divididas em duas categorias, como por exemplo, a velocidade de um automóvel pode ser classificada como dentro ou fora do limite legal.
- Geralmente, denomina-se as duas categorias como sucesso ou falha. Como as duas categorias são mutuamente excludentes (se ocorre um o outro não ocorre) e coletivamente exaustivas (cada um tem somente uma classificação):

$$P(sucesso) + P(falha) = 1$$

- Conseqüentemente, sabendo-se que, por exemplo, a probabilidade de sucesso é P(sucesso) = 0,6, a probabilidade de falha é P(falha) = 1 - 0,6 = 0,4.

Distribuição Binomial

Condições de aplicação

- São feitas n repetições do experimento, onde n é uma constante.
- Há apenas dois resultados possíveis em cada repetição, denominados sucesso e falha.
- A probabilidade de sucesso (p) e de falha (1- p) permanecem constante em todas as repetições.
- As repetições são independentes, ou seja, o resultado de uma repetição não é influenciado por outros resultados.

Distribuição Binomial

- Seja um processo composto de uma seqüência de *n* observações independentes com probabilidade de sucesso constante igual a *p*, a distribuição do número de sucessos seguirá o modelo Binomial:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

- onde $\binom{n}{x}$ representa o número de combinações de n objetos tomados x de cada vez, calculado como:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Distribuição Binomial

- Os parâmetros da distribuição Binomial são *n* e *p*.
- A média e a variância de d são:

  $\mu = np$ e $\sigma2 = np\ (1 - p)$

- A média e a variância de p são:

  $\mu = p$ e $\sigma2 = p\ (1 - p) / n$

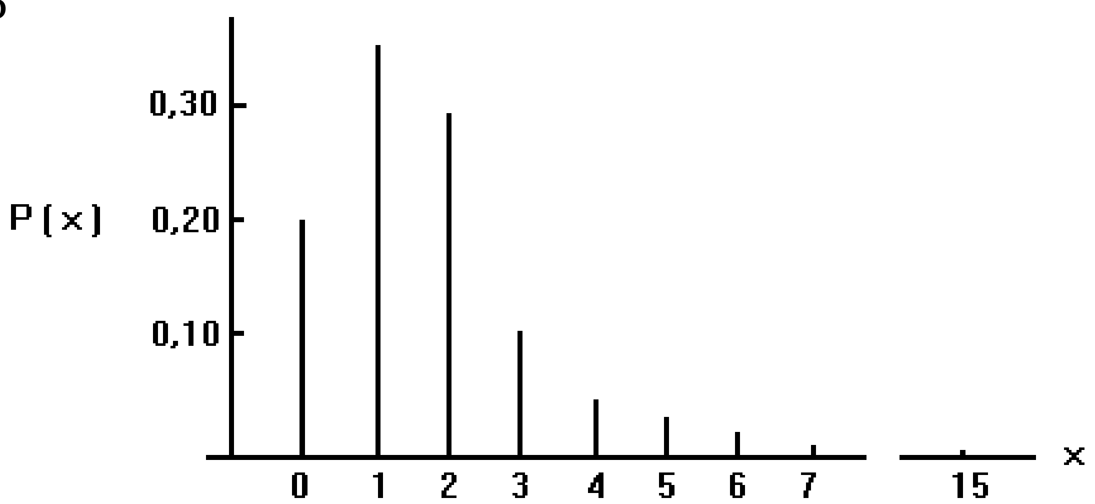
- A distribuição Binomial é usada com freqüência no controle de qualidade quando a amostragem é feita sobre uma população infinita ou muito grande.

Distribuição Binomial

- Por exemplo, se historicamente a proporção de defeituosos de um processo é p = 0,10, qual é a probabilidade de encontrar d = 1 defeituoso em uma amostra de tamanho n = 15?

$$P(1) = \binom{15}{1} . 0{,}10^1 . (1-0{,}10)^{15-1} = 15 . 0{,}10 . 0{,}23 = 0{,}34$$

$$\binom{15}{1} = \frac{15!}{1!(15-1)!} = 15$$



Distribuição de Poisson

Descreve situações onde existe uma probabilidade de ocorrência em um campo ou intervalo contínuo, geralmente tempo ou área.

- Por exemplo: o nº de acidentes por mês, nº de defeitos por m^2, nº de clientes atendidos por hora.

Nota-se que a variável aleatória é discreta (número de ocorrência), no entanto a unidade de medida é contínua (tempo, área).

Além disso, as falhas não são contáveis, pois não é possível contar o número de acidentes que não ocorreram, nem o número de defeitos que não ocorreram e tampouco o número de pessoas que não ficaram doentes.

Distribuição de Poisson

Condições de aplicação

- O número de ocorrências durante qualquer intervalo depende somente da extensão do intervalo.
- As ocorrências ocorrem independentemente, ou seja, um excesso ou falta de ocorrências em algum intervalo não exerce efeito sobre o número de ocorrências em outro intervalo.
- A possibilidade de duas ou mais ocorrências acontecerem em um pequeno intervalo é muito pequena quando comparada a de uma única ocorrência.

Distribuição de Poisson

- A distribuição de Poisson fica completamente caracterizada por um único parâmetro λ que representa a taxa média de ocorrência por unidade de medida.
- A equação para calcular a probabilidade de x ocorrências é dada por:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, \ldots$$

- A média e a variância da distribuição de Poisson são:

$$\mu = \lambda$$

$$\sigma = \lambda$$

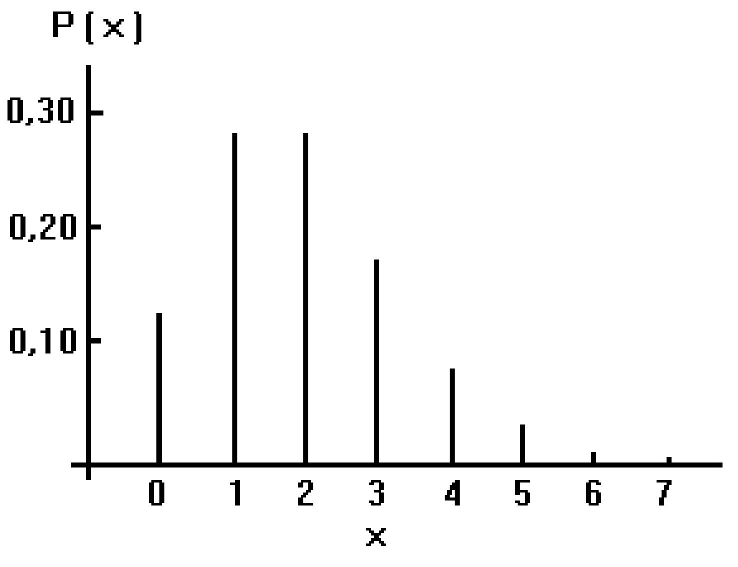
Distribuição de Poisson

- A aplicação típica da distribuição de Poisson no controle da qualidade é como um modelo para o número de defeitos (não-conformidades) que ocorre por unidade de produto (por m^2, por volume ou por tempo) ou número de acidentes por hora, etc.
- A distribuição de Poisson é uma forma limite da distribuição Binomial, quando $n \to \infty$ e $p \to 0$, mas mantendo o quociente $np = \lambda$.

Distribuição de Poisson

- Exemplo: o número de chamadas em uma central telefônica segue uma distribuição de Poisson com λ = 2 chamadas por hora. Qual é a probabilidade que em uma hora ocorram mais de 4 chamadas?

$$P\{X > 4\} = 1 - P\{X \le 4\} = 1 - \sum_{x=0}^{x=4} \frac{e^{-2} 2^{x}}{x!} = 1 - 0{,}945 = 0{,}055$$



x	P(x)
0	0,135
1	0,270
2	0,270
3	0,180
4	0,090
5	0,036
6	0,012

Aproximação da distribuição Binomial pela Normal

$\overline{p} = 1/80 = 0{,}0125$

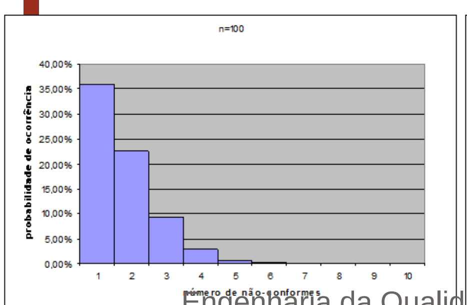
p(x)	Binomial				Normal
					μ = 5,50
d \ n	**100**	**200**	**300**	**400**	**σ = 3,03**
1	35,98%	20,46%	8,72%	3,31%	4,37%
2	22,55%	25,76%	16,51%	8,35%	6,75%
3	9,32%	21,52%	20,75%	14,02%	9,37%
4	2,86%	13,42%	19,51%	17,61%	11,65%
5	0,70%	6,66%	14,62%	17,66%	13,00%
6	0,14%	2,74%	9,10%	14,71%	13,00%
7	0,02%	0,96%	4,84%	10,48%	11,65%
8	0,00%	0,29%	2,24%	6,52%	9,37%
9	0,00%	0,08%	0,92%	3,59%	6,75%
10	0,00%	0,02%	0,34%	1,78%	4,37%

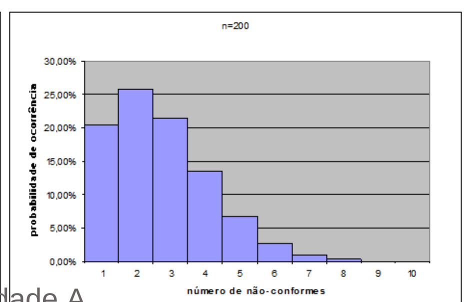
Binomial – distr. discreta

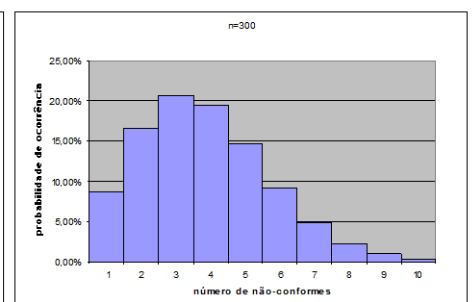
$$P(x) = \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x}$$

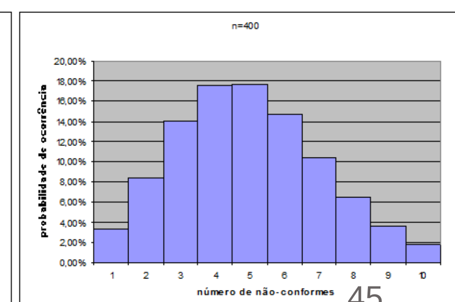
Normal – distr. contínua

$$P\{x \le a\} = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{2}} dx$$









Aproximação da distribuição Poisson pela Normal

p(x) d \ n	P λ = 2	N μ = 2,00 σ = 1,00	P λ = 5	N μ = 5,00 σ = 2,74	P λ =7	N μ = 7,00 σ = 3,89	P λ = 10	N μ = 10,00 σ = 5,63
1	27,07%	24,20%	3,37%	5,01%	0,64%	3,13%	0,05%	1,97%
2	27,07%	39,89%	8,42%	7,99%	2,23%	4,49%	0,23%	2,58%
3	18,04%	24,20%	14,04%	11,16%	5,21%	6,04%	0,76%	3,27%
4			17,55%	13,63%	9,12%	7,61%	1,89%	4,02%
5			17,55%	14,57%	12,77%	8,98%	3,78%	4,78%
6			14,62%	13,63%	14,90%	9,91%	6,31%	5,51%
7			10,44%	11,16%	14,90%	10,24%	9,01%	6,15%
8			6,53%	7,99%	13,04%	9,91%	11,26%	6,66%
9			3,63%	5,01%	10,14%	8,98%	12,51%	6,98%
10					7,10%	7,61%	12,51%	7,09%
11					4,52%	6,04%	11,37%	6,98%
12					2,63%	4,49%	9,48%	6,66%
13					1,42%	3,13%	7,29%	6,15%
14							5,21%	5,51%
15							3,47%	4,78%
16							2,17%	4,02%
17							1,28%	3,27%
18							0,71%	2,58%
19							0,37%	1,97%

Poisson – distr. discreta

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

Normal – distr. contínua

$$P\{x \le a\} = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$