



ENGENHARIA DA QUALIDADE A **ENG 09008**

AULA 5 **CARTAS DE CONTROLE PARA VARIÁVEIS**

PROFESSORES:

CARLA SCHWENGBER TEN CATEN

ROGÉRIO FEROLDI MIORANDO

KARINA ROSSINI

|| Tópicos desta aula

- Cartas de Controle para Variáveis

- Tipo 1: \bar{X} e R

- Tipo 2: \bar{X} e S

- Tipo 3: \tilde{X} e R

- Tipo 4: Valores individuais e R

Aula 5

- Cartas de Controle para Atributos

- Tipo 5: carta p

- Tipo 6: carta np

- Tipo 7: carta c

- Tipo 8: carta u

|| Tipo 2: Média e Desvio Padrão

- Em alguns casos, o monitoramento do desvio padrão pode ser mais apropriado que o monitoramento da amplitude.
- O desvio padrão é um indicador mais eficiente da variabilidade, principalmente para amostras grandes.

Tipicamente, recomenda-se o uso da carta **S** quando:

- Os dados forem coletados por computador e for fácil de implementar uma rotina de cálculo.
- Processos sofisticados, controlados por especialistas.
- Amostras grandes (subgrupos > 10).

|| Tipo 2: Média e Desvio Padrão

- Se os dados são volumosos, os valores individuais serão registrados em uma folha separada, e na folha da carta de controle irá aparecer apenas o valor calculado de \bar{x} e **S** para cada subgrupo.
- A fórmula para o cálculo do desvio padrão é:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

Passo 1: Coleta de dados

Exemplo: Tabela de coleta de dados na máquina fresadora

Nome da parte	Retentor	Especificações	0,50 a 0,90 mm
Número da Parte	9983-5	Instrumento	Paquímetro
Operação	Dobra superior	Amostra/Freq.	5 / 2 horas
Máquina	30	Unidade	mm x 100
Característica	Fresta	Carta No.	1

Data	6/3					7/3					8/3						
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16		
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B		
	1	65	70	65	65	85	75	85	75	85	65	75	80	80	70	75	
	2	60	70	70	75	65	70	75	65	85	80	60	75	75	85	70	
Medidas	3	75	80	65	75	70	60	70	80	75	75	65	80	85	85	75	
	4	60	70	60	80	65	80	75	90	60	80	85	75	85	65	70	
	5	70	70	75	75	70	65	70	85	75	60	90	80	80	75	85	
Média		66	72	67	74	71	70	75	79	76	72	75	78	81	76	75	73,8
DesvPad		6,5	4,5	5,7	5,5	8,2	7,9	6,1	9,6	10,2	9,1	12,7	2,7	4,2	8,9	6,1	7,2

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de:

Médias

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S}$$

$$LC = \bar{\bar{x}}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S}$$

Desvio Padrão

$$LCS = B_4\bar{S}$$

$$LC = \bar{S}$$

$$LCI = B_3\bar{S}$$

- Onde B_4 , B_3 e A_3 são constantes que dependem do tamanho da amostra.

n	2	3	4	5	6	8	10	15	20	25
B_4	3,27	2,57	2,27	2,09	1,97	1,82	1,72	1,57	1,49	1,43
B_3	0	0	0	0	0,03	0,19	0,28	0,43	0,51	0,57
A_3	2,66	1,95	1,63	1,43	1,29	1,10	0,98	0,79	0,68	0,61

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

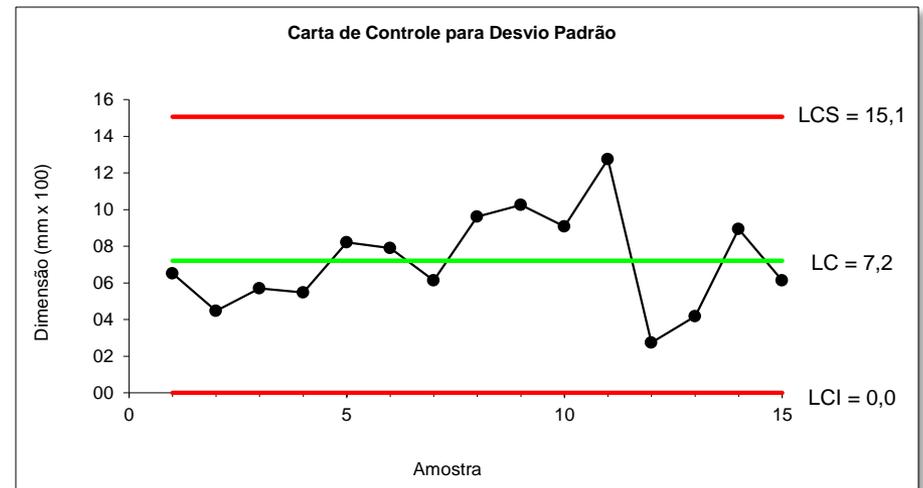
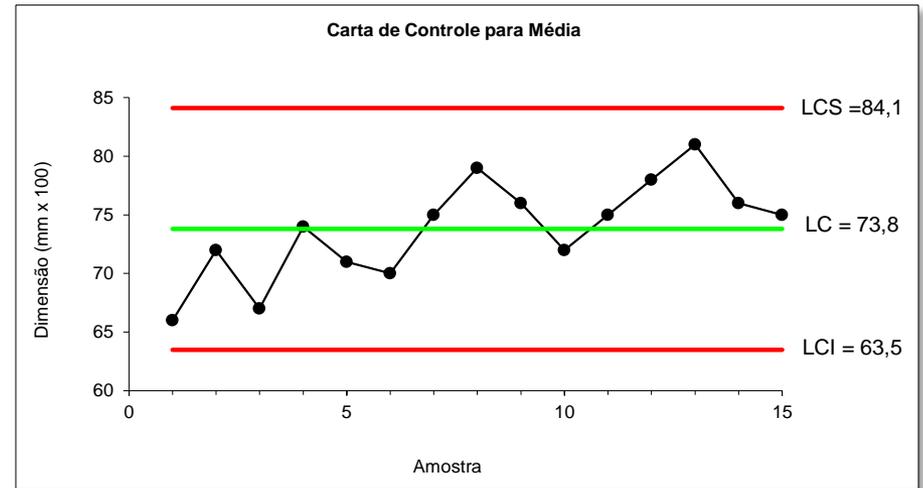
Para o exemplo anterior

□ Médias:

- $LCS = 73,8 + 1,43 \cdot 7,2 = 84,1$
- $LC = 73,8$
- $LCI = 73,8 - 1,43 \cdot 7,2 = 63,5$

□ Desvios:

- $LCS = 2,09 \cdot 7,2 = 15,1$
- $LC = 7,2$
- $LCI = 0 \cdot 7,2 = 0,0$



|| Tipo 3: Mediana e Amplitude

- Monitorar a mediana em vez da média pode trazer algumas vantagens:
 - A mediana é mais fácil de calcular que a média.
 - A mediana é robusta à presença de dados atípicos.
- Em geral, o monitoramento da mediana é feito plotando em uma carta todos os valores individuais e assinalando o valor mediano.
- Para este procedimento ser prático, o subgrupo deve ser pequeno e com tamanho ímpar (3, 5 ou 7).

Passo 1: Coleta de dados

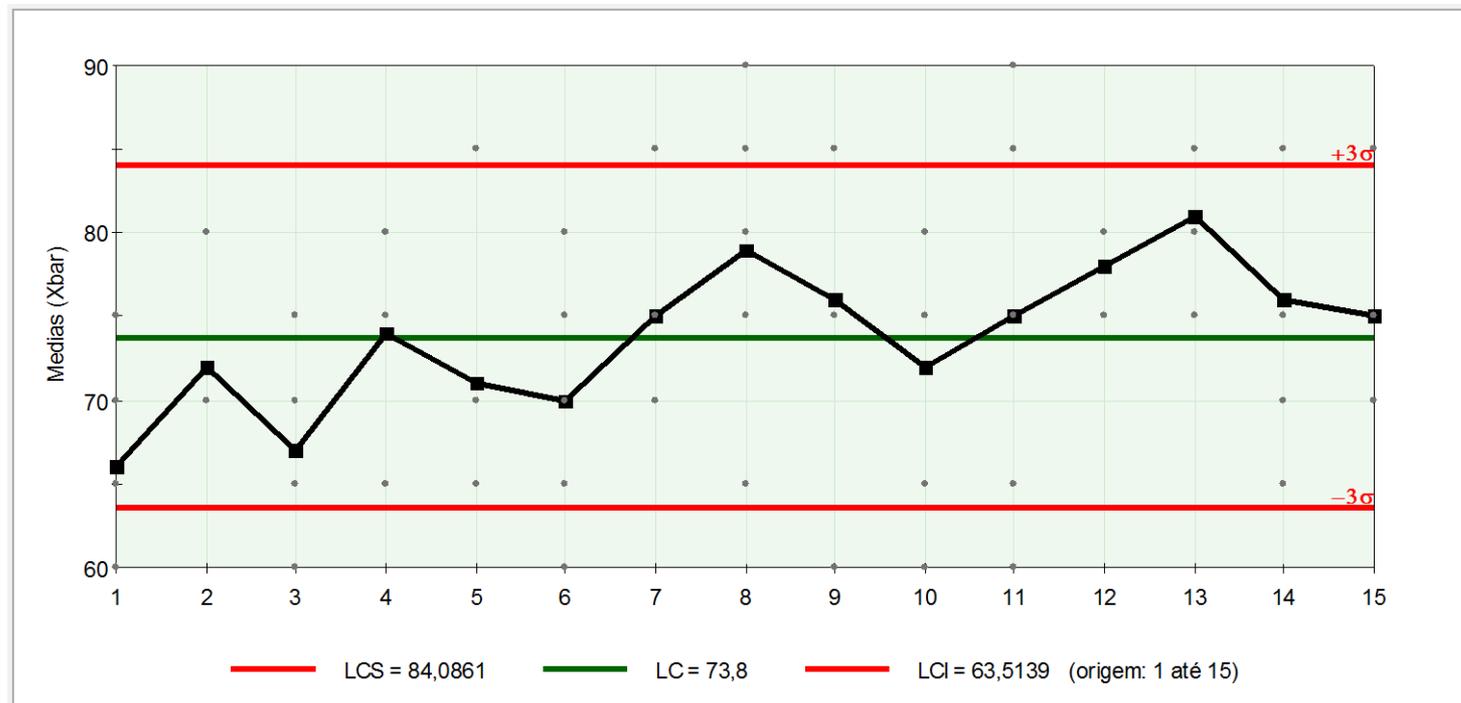
Exemplo: Tabela de coleta de dados na máquina fresadora

Nome da parte	Retentor	Especificações	0,50 a 0,90 mm
Número da Parte	9983-5	Instrumento	Paquímetro
Operação	Dobra superior	Amostra/Freq.	5 / 2 horas
Máquina	30	Unidade	mm x 100
Característica	Fresta	Carta No.	1

Data	6/3					7/3					8/3						
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16		
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B		
	1	70	65	65	85	75	85	75	85	65	75	80	80	70	75		
	2	60	70	70	75	65	70	75	65	85	80	60	75	75	85	70	
Medidas	3	75	80	65	75	70	60	70	80	75	75	65	80	85	85	75	
	4	60	70	60	80	65	80	75	90	60	80	85	75	85	65	70	
	5	70	70	75	75	70	65	70	85	75	60	90	80	80	75	85	
Mediana	65	70	65	75	70	70	75	80	75	75	75	75	80	80	75	75	73,7
Amplitude	15	10	15	15	20	20	15	25	25	20	30	5	10	20	15	17,3	

|| Tipo 3: Mediana e Amplitude

- Carta de medianas com os valores individuais plotados



Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de:

Mediana

$$LCS = \bar{\tilde{x}} + \tilde{A}_2 \bar{R}$$

$$LC = \bar{\tilde{x}}$$

$$LCI = \bar{\tilde{x}} - \tilde{A}_2 \bar{R}$$

Amplitudes

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

- Onde D_4 , D_3 e \tilde{A}_2 são constantes que dependem do tamanho da amostra.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3,27	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78
D_3	0	0	0	0	0	0,08	0,14	0,18	0,22
\tilde{A}_2	1,88	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

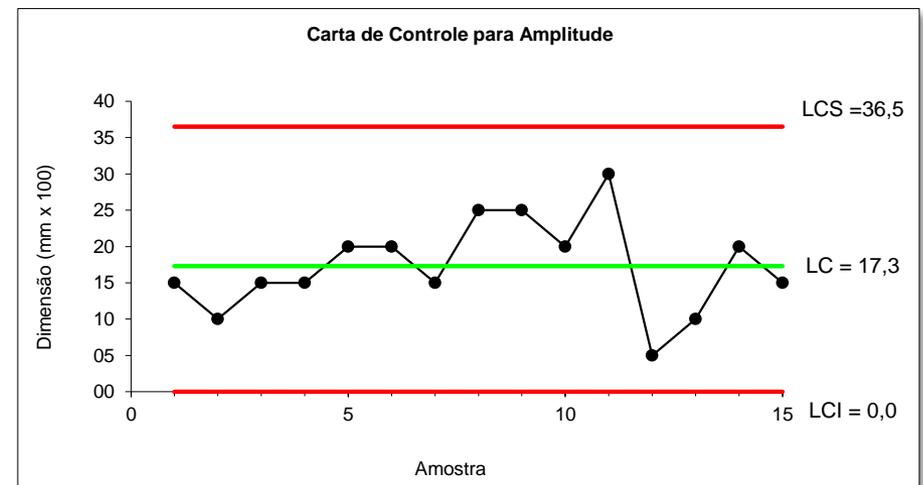
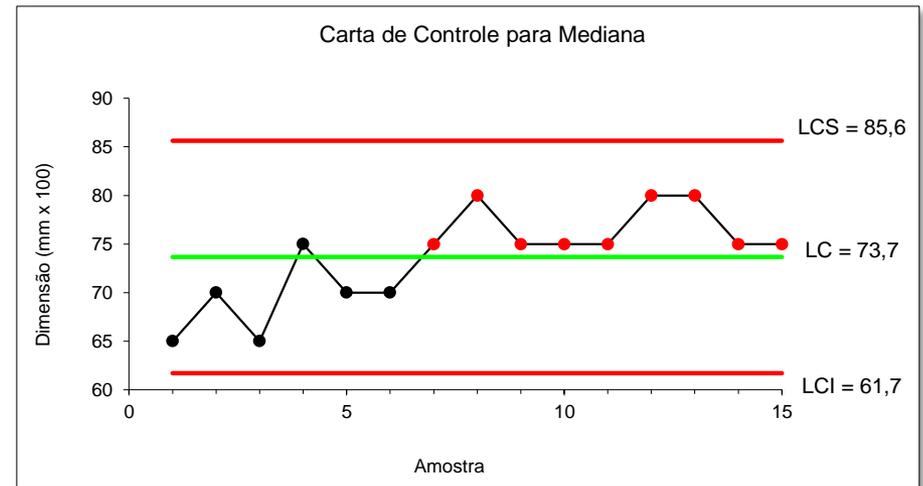
Para o exemplo anterior

□ Mediana:

- $LCS = 73,7 + 0,69 \cdot 17,3 = 85,6$
- $LC = 73,7$
- $LCI = 73,7 - 0,69 \cdot 17,3 = 61,7$

□ Amplitudes:

- $LCS = 2,11 \cdot 17,3 = 36,5$
- $LC = 17,3$
- $LCI = 0 \cdot 17,3 = 0,0$



|| Tipo 4: Valores Individuais

- Algumas vezes é preciso fazer o controle do processo usando medidas individuais. Esse será o caso quando:
 - Tecnologia de medição automática onde toda peça fabricada é inspecionada
 - Taxa de produção muito baixa (por ex: 1 produto por dia).
 - Testes muito caros (por ex: testes destrutivos ou que exijam a parada da produção).
 - Características muito homogêneas, que variam muito lentamente (por ex: um digestor químico, espessura do rolo de papel)

Passo 1: Coleta de dados

Exemplo: Tabela de coleta de dados no aquecimento de mel

Nome do produto	Apis mellifera	Especificações	6 a 9
Número do lote	9983-5	Instrumento	Viscosímetro
Operação	Aquecimento	Amostra/Freq.	1 / 1 dia
Máquina	30	Unidade	Pa.s
Característica	Consistência	Carta No.	1

Data	6/8	7/8	8/8	9/8	10/8	11/8	12/8	13/8	14/8	15/8	16/8	17/8	18/3	19/8	20/8		
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B		
Medida	1	6,5	7,0	6,5	6,5	8,5	7,5	8,5	8,0	8,5	6,5	7,5	8,0	8,0	7,0	7,5	7,5
Ampl. Móvel	-	0,5	0,5	0,0	2,0	1,0	1,0	0,5	0,5	2,0	1,0	0,5	0,0	1,0	0,5	0,8	

Amplitude móvel entre 7/8 e 6/8. Logo o tamanho de $n = 2$.

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de:

Val. Individ.

$$LCS = \bar{x} + E_2 \bar{R}$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LCI = \bar{x} - E_2 \bar{R}$$

Ampl. móvel

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

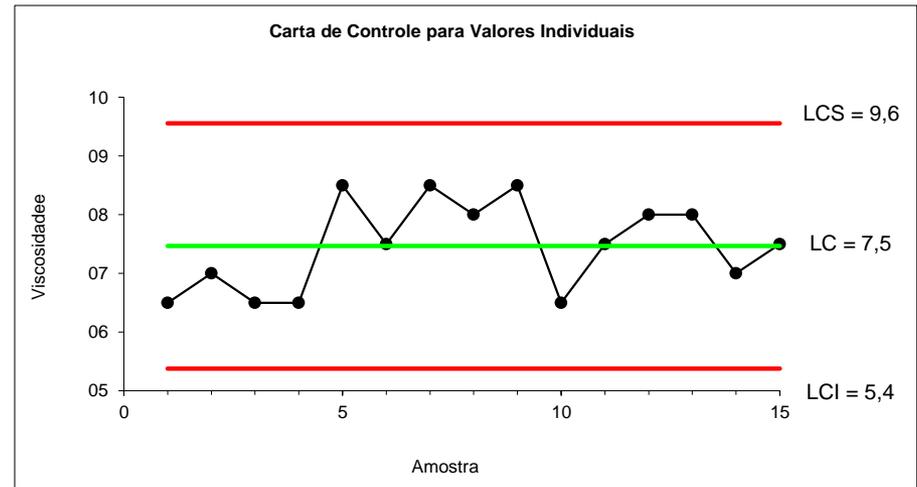
- Onde D_4 , D_3 e E_2 são constantes que dependem do tamanho da amostra.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3,27	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78
D_3	0	0	0	0	0	0,08	0,14	0,18	0,22
E_2	2,66	1,77	1,46	1,29	1,18				

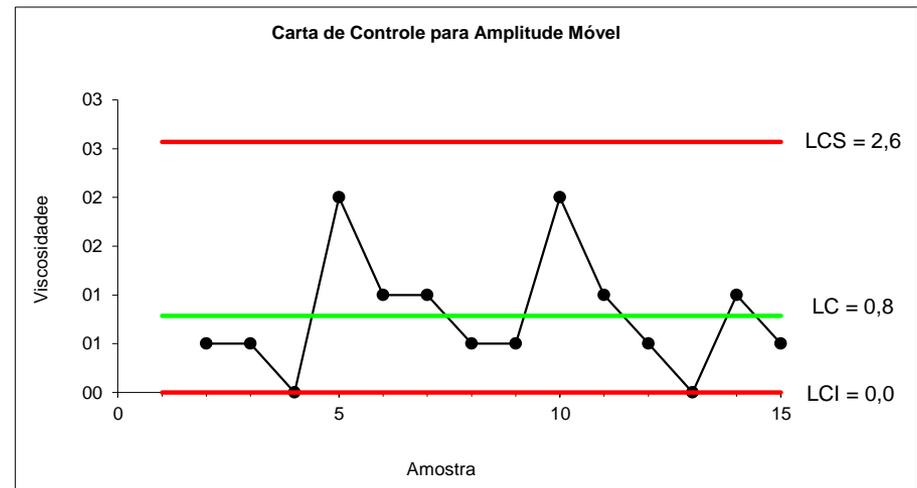
Passo 2: Cálculo dos limites de controle

Para o exemplo anterior

- Valores individuais:
 - $LCS = 7,5 + 2,66 \cdot 0,8 = 9,6$
 - $LC = 7,5$
 - $LCI = 7,5 - 2,66 \cdot 0,8 = 5,4$

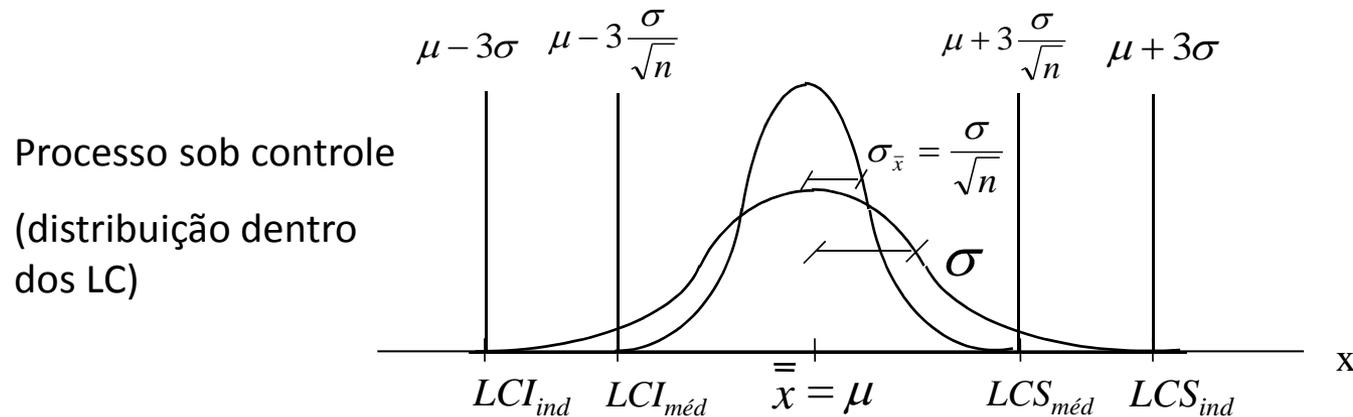


- Amplitude móvel:
 - $LCS = 3,27 \cdot 0,8 = 2,6$
 - $LC = 0,8$
 - $LCI = 0 \cdot 0,8 = 0,0$

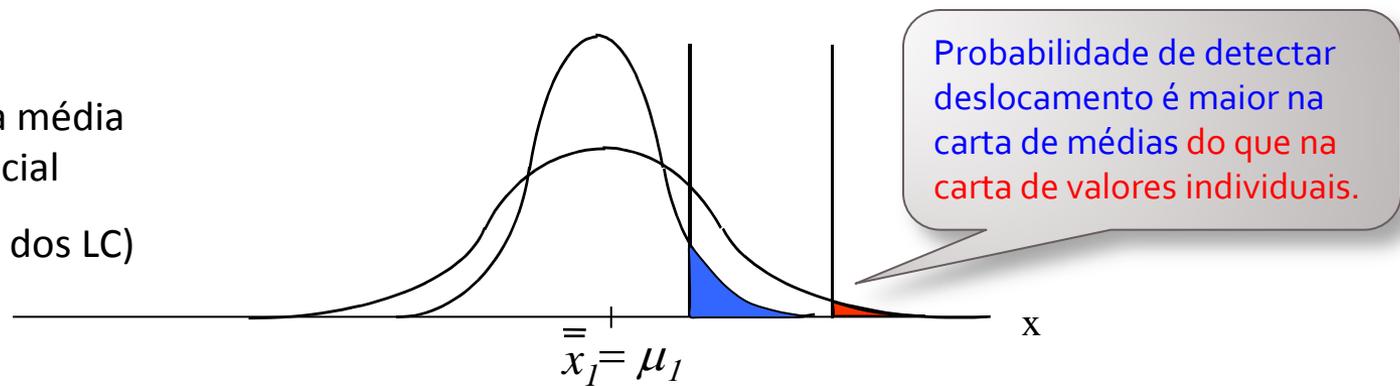


|| Tipo 4: Valores Individuais

Cuidados em relação à carta de valores individuais: Não são tão sensíveis a mudanças no processo como as cartas de médias



Deslocamento da média
como causa especial
(distribuição fora dos LC)



|| Tipo 4: Valores Individuais

- Cuidados em relação à carta de valores individuais:
 - E2 só é válido se a distribuição dos valores individuais for aproximadamente normal;
 - Os pontos da carta da amplitude móvel são correlacionados;
 - Não se pode avaliar diretamente a dispersão do processo.
 - Para contornar esse último aspecto, em geral se usa uma amplitude móvel calculada como a diferença entre cada par de leituras sucessivas.

Passo 3: Monitoramento

Reavaliação dos limites de controle

- Se ações de melhoria estão sendo tomadas, o processo deve apresentar um desempenho mais consistente, com redução da variabilidade associada às causas comuns.
- Não é necessário recalcular os limites a cada nova causa especial;
- Assim, de tempos em tempos, os limites de controle devem ser recalculados e, sempre que houver evidências para tanto, estreitados.

Passo 4: Avaliação da capacidade

- A avaliação da capacidade do processo só inicia após a eliminação das causas especiais.
- Para verificar a capacidade do processo, é necessário uma estimativa do desvio padrão populacional (não das médias) através da amplitude média ou desvio padrão amostral médio.

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$$

$$\hat{\sigma} = \bar{s}/c_4$$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d ₂	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97	3,08
c ₄	0,80	0,88	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,97	0,97

Passo 4: Avaliação da capacidade

- Capacidade potencial C_p

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6 \cdot \hat{\sigma}} = \frac{\text{especificação}}{\text{dispersão}}$$

$C_p < 1$ - Processo potencialmente não capaz

$C_p \geq 1$ - Processo potencialmente capaz

- Capacidade efetiva C_{pk}

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \hat{C}_{pk_{sup}}; \hat{C}_{pk_{inf}} \right\} = \min \left\{ \frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3 \cdot \hat{\sigma}}; \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3 \cdot \hat{\sigma}} \right\}$$

$C_{pk} < 1$

- Processo efetivamente não capaz

$C_{pk} \geq 1$

- Processo efetivamente capaz

$C_{pk_{inf}} = C_{pk_{sup}} = C_p$

- Processo centrado

$C_{pk_{inf}} < C_p$

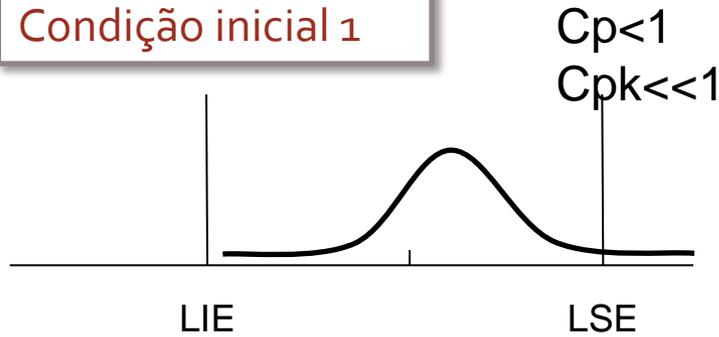
- Processo descentrado para esquerda

$C_{pk_{sup}} < C_p$

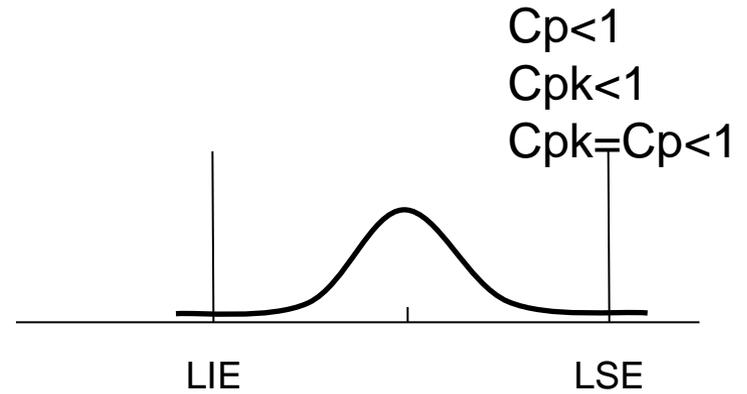
- Processo descentrado para direita

Passo 4: Avaliação da capacidade

Condição inicial 1



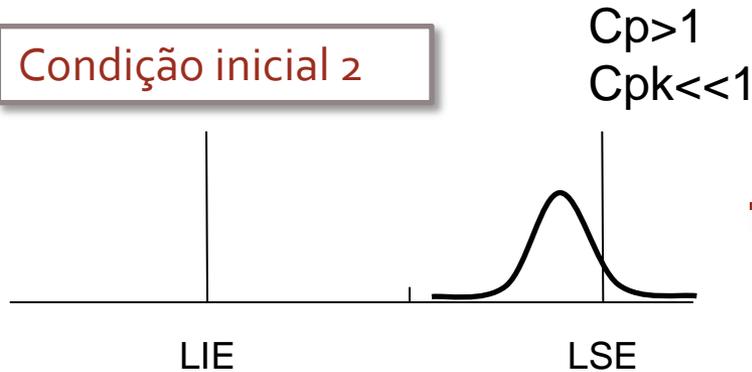
Descentralizado e não capaz



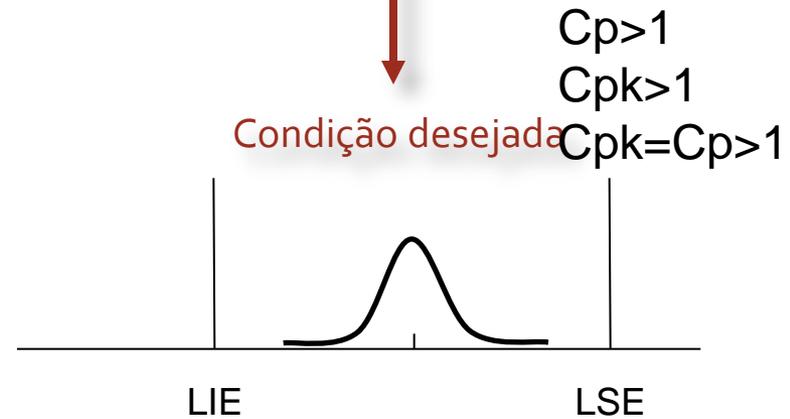
Centralizado e não capaz



Condição inicial 2



Descentralizado e não capaz



Centralizado e capaz