



ENGENHARIA DA QUALIDADE A ENG 09008

AULA 4 CARTAS DE CONTROLE PARA VARIÁVEIS

PROFESSORES:

CARLA SCHWENGBER TEN CATEN

|| Tópicos desta aula

▣ Cartas de Controle para Variáveis

- Tipo 1: \bar{X} e R Aula 4
- Tipo 2: \bar{X} e S
- Tipo 3: \tilde{X} e R Aula 5
- Tipo 4: Valores individuais e R

▣ Cartas de Controle para Atributos

- Tipo 5: carta p
- Tipo 6: carta np
- Tipo 7: carta c
- Tipo 8: carta u Aula 6

Cartas de controle para variáveis

Variáveis são características mensuráveis, como por exemplo:

- o diâmetro de um rolamento.
- uma resistência elétrica.
- o tempo de atendimento de um pedido.
- dispersão de um pigmento.
- pH de uma substância.
- teor de sólidos insolúveis.

As cartas para variáveis, mais especificamente, as cartas para \bar{x} e R (média e amplitude) representam a aplicação clássica de controle de processo.

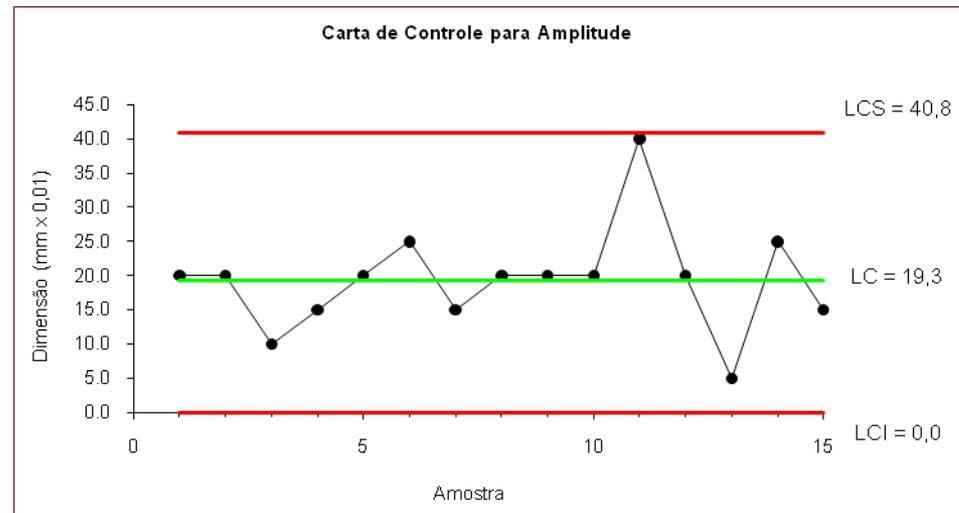
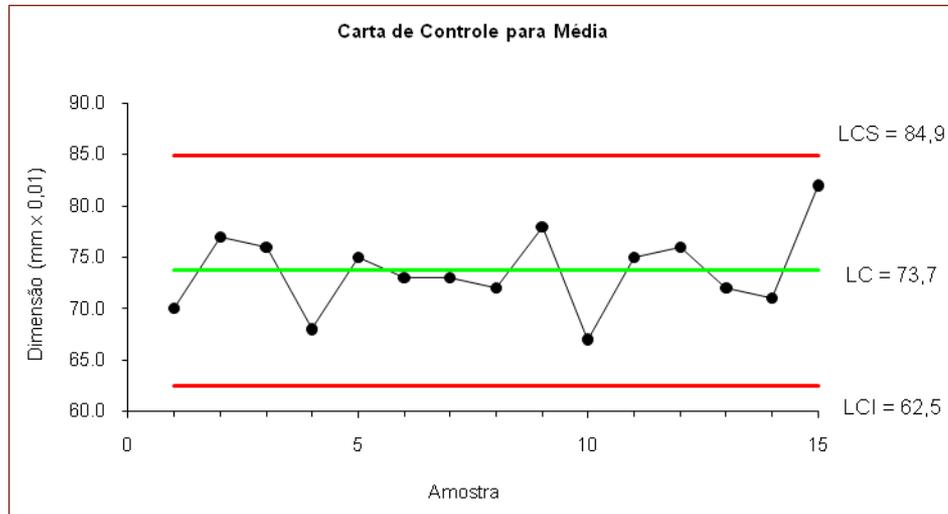
Cartas de controle para variáveis

- Uma medição (por exemplo: $l = 155$ mm) contém muito mais informação do que simples classificação da peça como dentro ou fora de especificação.
- Obter um valor medido é mais caro do que simplesmente classificar uma peça como boa/ruim.
- Contudo, as medições fornecem mais informações e, portanto, exigem uma amostra menor.
- Assim, o custo total de amostragem pode ser menor.
- Como exigem uma amostragem pequena, o lapso de tempo entre a produção das peças e a ação corretiva pode ser encurtado.

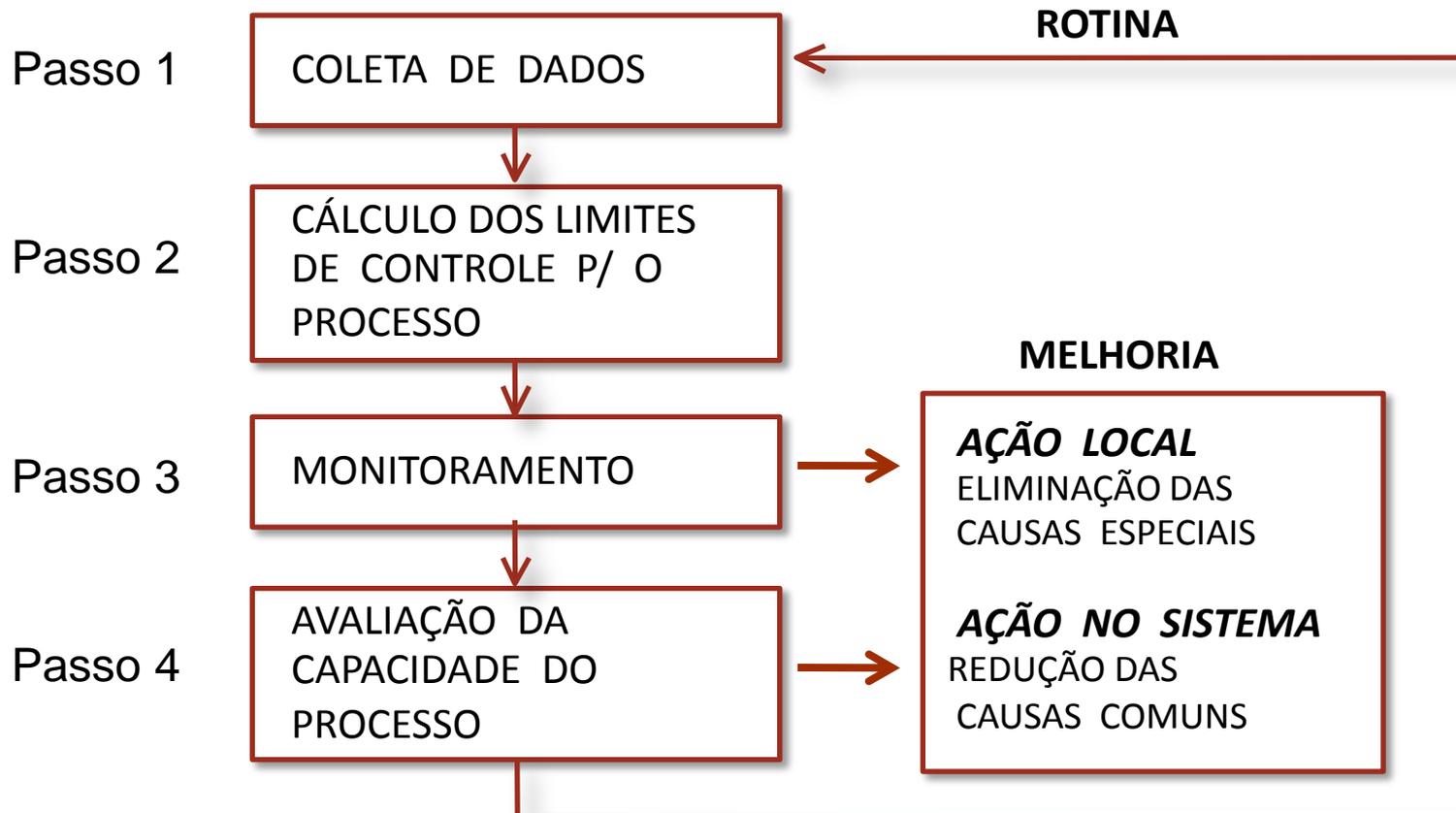
Cartas de controle para variáveis

- Quando se usa variáveis, a análise do desempenho do processo pode ser feita mesmo se todas as unidades estão dentro dos limites de especificação.
- As variáveis podem ser usadas para monitorar a tendência central e a dispersão.
- Assim, as cartas de controle são quase sempre preparadas aos pares.
- \bar{x} , \tilde{x} (média e mediana da amostra)
- R , S (amplitude e desvio padrão da amostra)

Carta de Média e Amplitude



Procedimento iterativo de melhoria



Passo 1: Coleta de dados

- Os dados devem ser coletados em pequenos subgrupos de tamanho constante. Em geral, 3 a 6 peças consecutivas formam uma amostra (subgrupo racional).
- As amostras devem ser coletadas a uma frequência periódica, por exemplo, 1 amostra a cada 15 minutos ou 1 amostra por lote.

Passo 1: Coleta de dados

- O conceito de amostra significa que os elementos são selecionados de tal modo que, se causas especiais estiverem presentes, a chance de diferenças entre amostras será maximizada, enquanto a chance de diferenças devidas a essas causas especiais dentro da amostra será minimizada.
- Duas abordagens para formar amostra com a temporalidade como critério
 - Unidades amostradas foram produzidas consecutivamente (instantâneo do processo) – fornece melhor estimativa do desvio padrão
 - Unidades amostradas representativas de todas as unidades produzidas desde a última coleta (amostra aleatória de toda saída do processo) – empregado como critério de aceitação de todas as unidades produzidas

Passo 1: Coleta de dados

Exemplo: Tabela de coleta de dados na máquina fresadora

Nome da parte:	Retentor	Especificações:	0,50 a 0,90 mm
Número da Parte:	9983-5	Instrumento:	Paquímetro
Operação:	Dobra superior	Amostra/Freq.:	5 / 2 horas
Máquina:	30	Unidade:	mm x 100
Característica:	Fresta	Carta No.:	1

Data	6/3					7/3					8/3						
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16		
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B		
	1	65	70	65	65	85	75	85	75	85	65	75	80	80	70	75	
	2	60	70	70	75	65	70	75	65	85	80	60	75	75	85	70	
Medidas	3	75	80	65	75	70	60	70	80	75	75	65	80	85	85	75	
	4	60	70	60	80	65	80	75	90	60	80	85	75	85	65	70	
	5	70	70	75	75	70	65	70	85	75	60	90	80	80	75	85	
Soma		330	360	335	370	355	350	375	395	380	360	375	390	405	380	375	
Média		66	72	67	74	71	70	75	79	76	72	75	78	81	76	75	73,8
Amplitude		15	10	15	15	20	20	15	25	25	20	30	5	10	20	15	17,3

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- O cálculo dos limites preliminares (tentativos) de controle pode ser feito após a coleta de 20 a 30 amostras sem indícios de uma situação fora do controle.
- Após o cálculo dos limites preliminares (tentativos), se for verificado causas especiais, recalcular limites eliminando os pontos de causas especiais (limites revistos)
- Inicialmente calcula-se a amplitude média e a média do processo:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_K}{K}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_K}{K}$$

- Onde \bar{x}_i e R_i representam a média e a amplitude da amostra i .

(2) Cálculo dos limites de controle

Calcula-se os limites de controle das médias considerando-se a extensão de seis desvios-padrões (três para cada lado) que segundo a distribuição Normal compreende 99,73% dos valores de médias amostrais.

A fórmula resulta em:

$$LCS = \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + \underbrace{3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}}_{A_2} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

(2) Cálculo dos limites de controle

Substituindo-se na equação anterior, tem-se os limites de controle para a carta das médias:

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$
$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

Onde A_2 é uma constante que depende do tamanho da amostra “n”.

(2) Cálculo dos limites de controle

Limites de controle para as amplitudes:

$$LC = \bar{R} \pm 3\sigma_R$$

Onde: $\sigma_R = d_3 \sigma = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$

Substituindo-se essa expressão na equação anterior, tem-se:

$$LCS = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad LCI = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

|| (2) Cálculo dos limites de controle

Substituindo-se:

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2} \quad D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}$$

Tem-se os limites de controle para as amplitudes:

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

Onde D_4 e D_3 são constantes que dependem do tamanho da amostra “n”.

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

- Limites de controle para as cartas de:

Médias

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LC = \bar{\bar{x}}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

Amplitude

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

- Onde D_4 , D_3 e A_2 são constantes que dependem do tamanho da amostra (dedução na última lâmina).

Exemplo anterior

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3,27	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78
D_3	0	0	0	0	0	0,08	0,14	0,18	0,22
A_2	1,88	1,02	0,73	0,58	0,48	0,42	0,37	0,34	0,31

Passo 2: Cálculo dos limites de controle

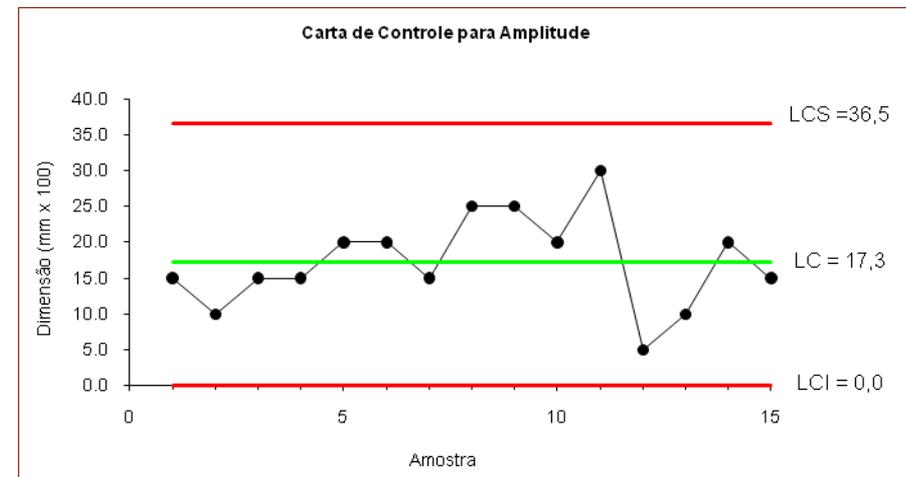
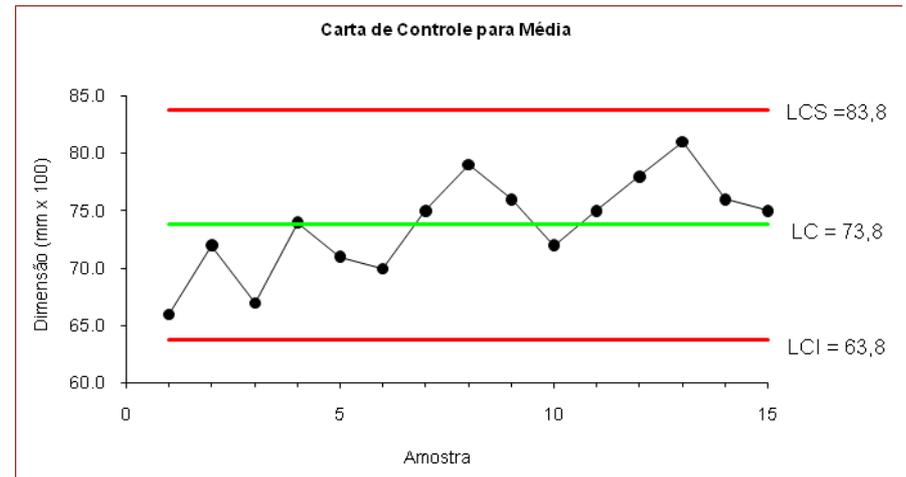
Para o exemplo anterior

□ Médias:

- $LCS = 73,8 + 0,58 \cdot 17,3 = 83,8$
- $LC = 73,8$
- $LCI = 73,8 - 0,58 \cdot 17,3 = 63,8$

□ Amplitudes:

- $LCS = 2,11 \cdot 17,3 = 36,5$
- $LC = 17,3$
- $LCI = 0 \cdot 17,3 = 0,0$



Passo 3: Monitoramento da Estabilidade

Pontos fora de controle

- Os limites de controle são calculados de forma que se não há causas especiais atuando, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites é muito pequena (0,27%)
- Assim, pontos fora dos limites de controle são um forte indício (99,73%) da presença de causas especiais que devem ser investigadas e corrigidas.

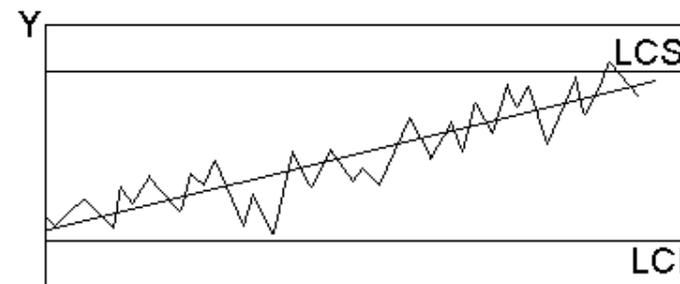
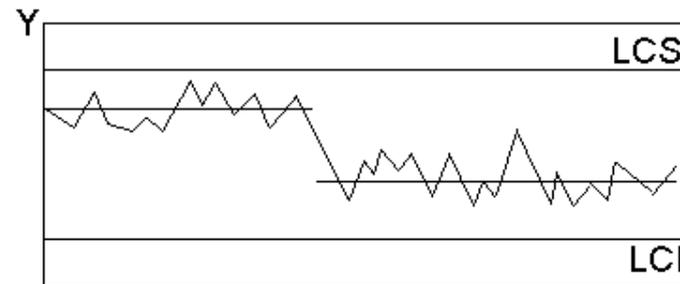
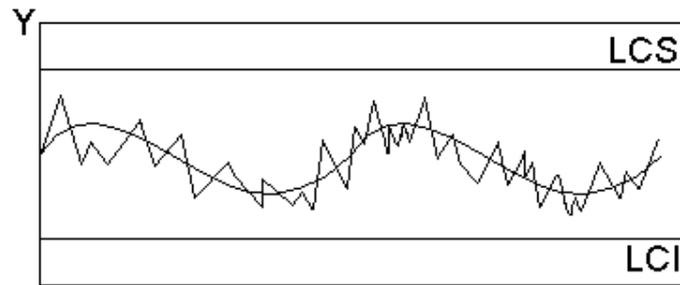
Passo 3: Monitoramento

Padrões

- Além de verificar pontos fora dos limites, também é importante investigar eventuais padrões na sequência de pontos.
- A observação de padrões pode disparar uma ação sobre o sistema antes mesmo que um ponto apareça fora dos limites de controle.
- Alguns padrões podem ser favoráveis e podem fornecer pistas para eventuais melhorias permanentes no processo.

Passo 3: Monitoramento

Padrões



Passo 3: Monitoramento

Sequências

- As seguintes constatações indicam a presença de uma causa especial:
 - 7 pontos em sequência acima (ou abaixo) da linha central.
 - 7 pontos em sequência ascendente (ou descendente).

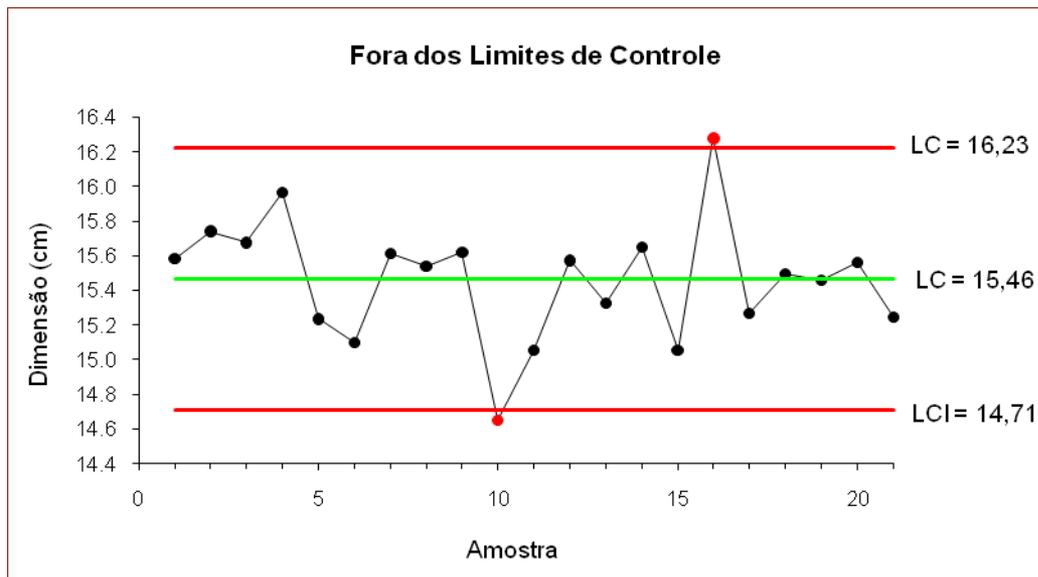
Passo 3: Monitoramento

Sob controle



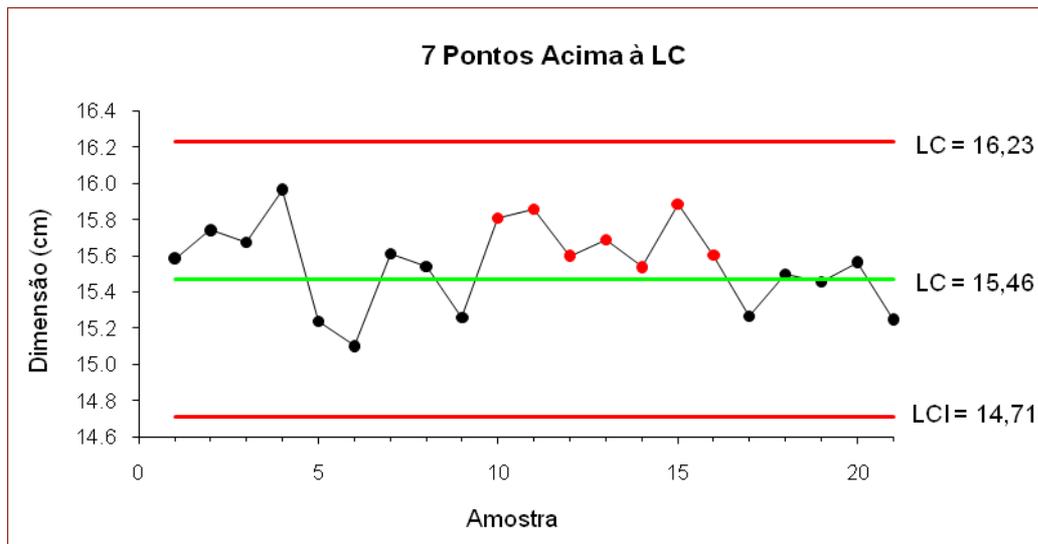
Passo 3: Monitoramento

Fora dos limites de controle



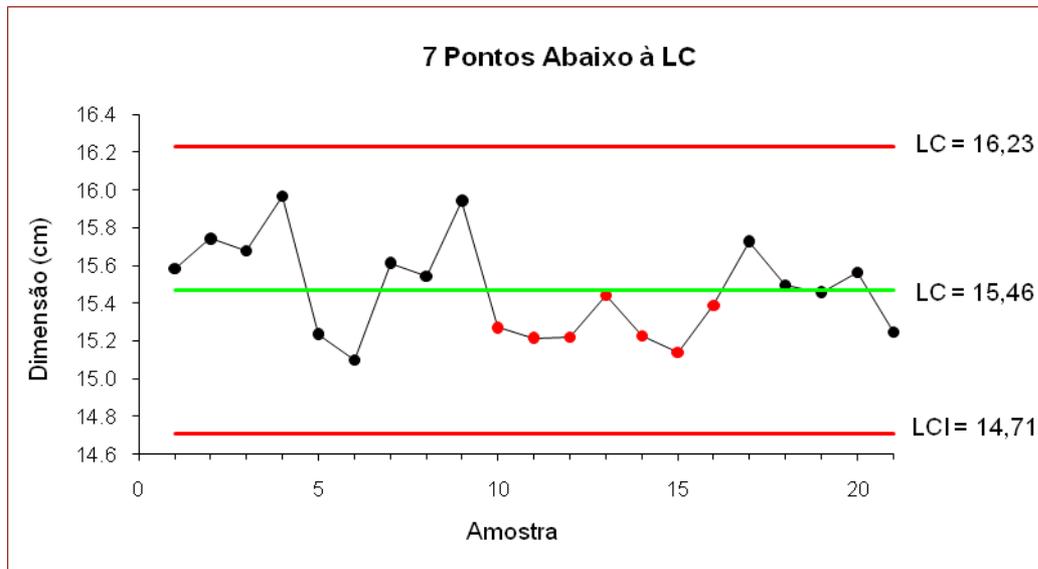
Passo 3: Monitoramento

Sequências



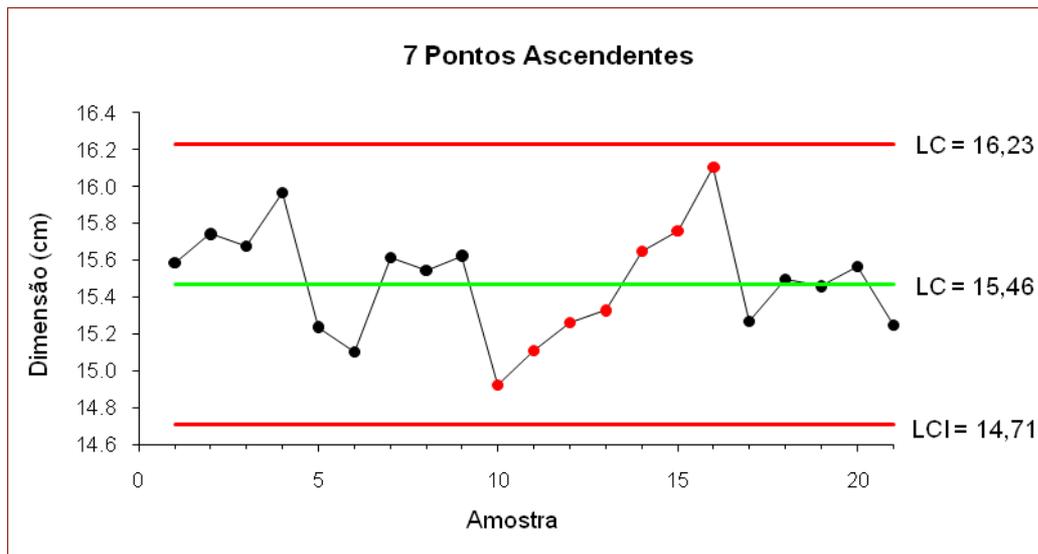
Passo 3: Monitoramento

Sequências



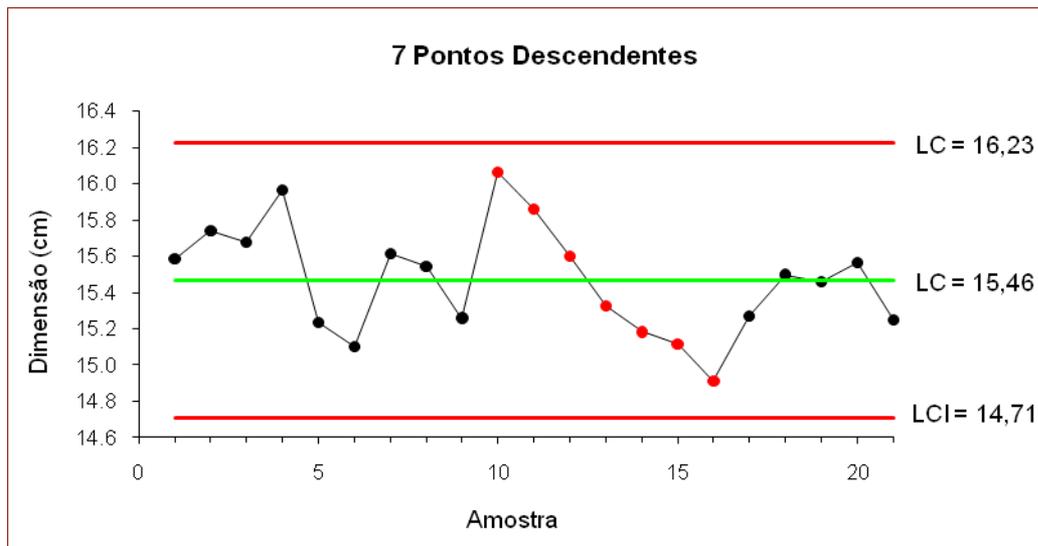
Passo 3: Monitoramento

Sequências



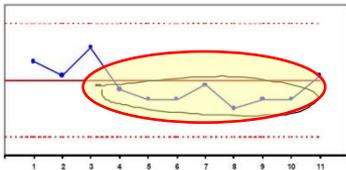
Passo 3: Monitoramento

Sequências



Passo 3: Monitoramento

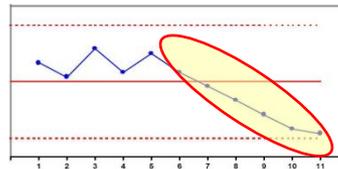
Plano de ação para fora de controle		
Descrição da Peça	Cód. da Máquina	PAPFC Nº
N/A	N/A	0001/09
Data:		
Descrição: Identificação de Anormalidades do tipo ...		
Ação tomada:		



7 ou mais pontos acima ou abaixo da Linha Central

Possíveis causas:

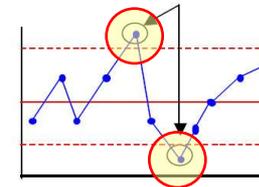
- Mudança no ajuste de máquina
- Processo, método ou material diferente
- Avaria de um componente na máquina
- Quebra de máquina
- Grande variação no material recebido



7 ou mais pontos Subindo ou Descendo

Possíveis causas:

- Desgaste de Ferramenta
- Gradual desgaste do equipamento
- Desgaste relacionado ao instrumento de medição



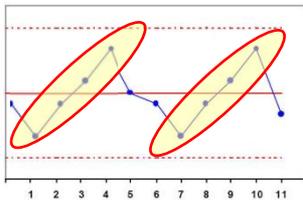
Pontos fora dos Limites de Controle

Possíveis causas:

- Erro na medição ou digitação
- Quebra de ferramenta
- Instrumento de medição desregulado
- Operador não consegue identificar a medida

Passo 3: Monitoramento

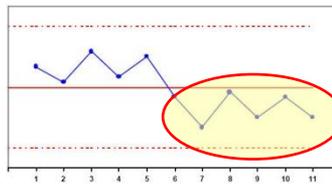
Plano de ação para fora de controle		
Descrição da Peça	Cód. da Máquina	PAPFC Nº
N/A	N/A	0001/09
Data:		
Descrição: Identificação de Anormalidades do tipo ...		
Ação tomada:		



Periodicidade dos Pontos

Possíveis causas:

- Não-uniformidade na matéria-prima recebida
- Rodízio de Operadores, Gabaritos e instrumentos
- Diferença entre turnos



Deslocamento da Média

Possíveis causas:

- Novo Método
- Nova Máquina
- Melhoria de Qualidade
- Novo Lote de Material

Quando qualquer um dos comportamentos for identificado durante o processo, o operador deve intervir no processo e registrar a ação no plano de ação para fora de controle

Passo 3: Monitoramento

Plano de ação para fora de controle e Estabilização do Processo

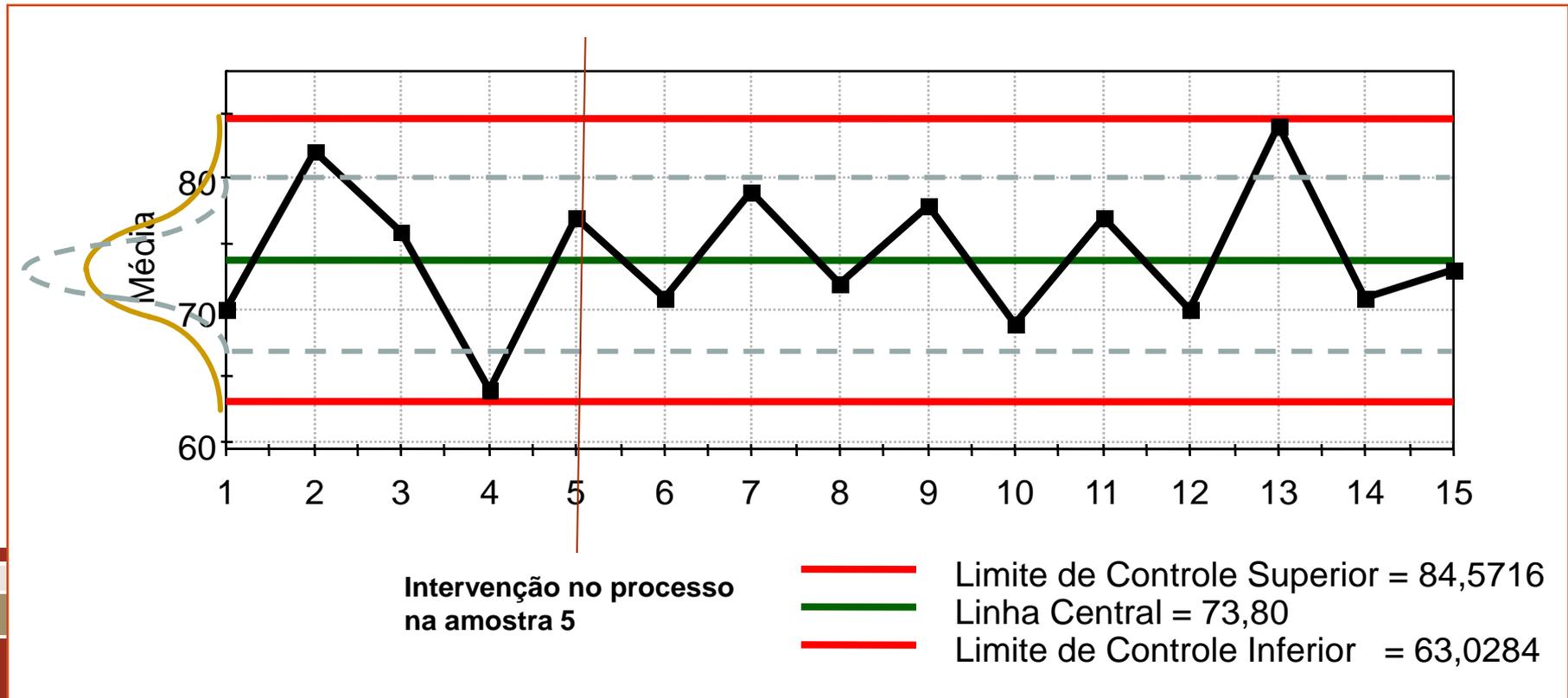
- Cada causa especial deve gerar uma análise das condições operacionais em busca da respectiva causa
- Os resultados estatísticos dão partida para a tarefa de análise, mas a explicação do que está acontecendo reside no próprio processo e nas pessoas envolvidas
- A solução do problema é o passo mais difícil e que consome maior tempo.
 - Técnicas de solução de problemas como a análise de Pareto ou o diagrama de causa e efeito podem ajudar na análise.
 - Problemas mais complexos podem exigir o uso de Projeto de Experimentos

Passo 3: Monitoramento

Reavaliação dos limites de controle

- Se ações de melhoria estão sendo tomadas, o processo deve apresentar um desempenho mais consistente, com redução da variabilidade associada às causas comuns.
- Assim, de tempos em tempos, os limites de controle devem ser recalculados e, sempre que houver evidências para tanto, estreitados.
- Dessa forma, as cartas de controle continuarão servindo como uma ferramenta eficaz na busca da melhoria contínua.
- O controle estatístico do processo deve ser entendido como uma atividade dinâmica.

Reavaliação dos limites de controle



Na amostra 5, o processo sofreu melhorias mas os limites de controle não foram recalculados. A causa especial da amostra 13 não foi detectada pelos limites de controle desatualizados.

Passo 4: Avaliação da capacidade

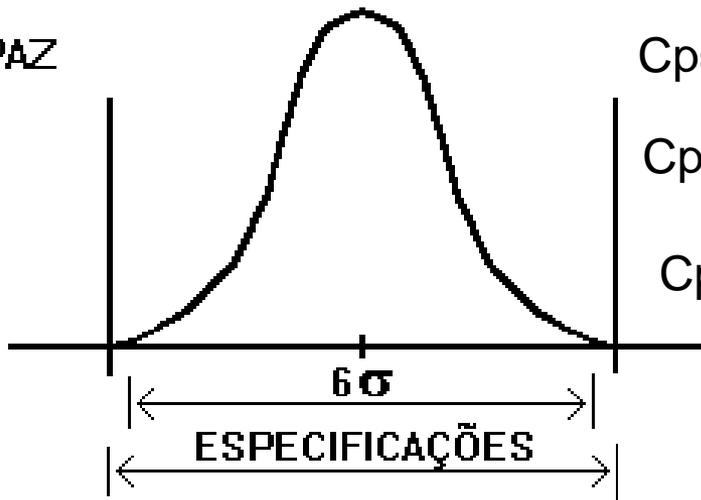
- Definido que o processo está em controle estatístico, ainda permanece a questão se o processo é ou não capaz, isto é, o resultado satisfaz às exigências dos clientes?
- A avaliação da capacidade do processo só inicia após a eliminação das causas especiais. Assim, a capacidade está associada com as causas comuns de variação.
- Para verificar a capacidade do processo, é necessário uma estimativa do desvio padrão dos indivíduos da população (não das médias) através da amplitude média.

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_2	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97	3,08

Avaliação da capacidade

CAPAZ



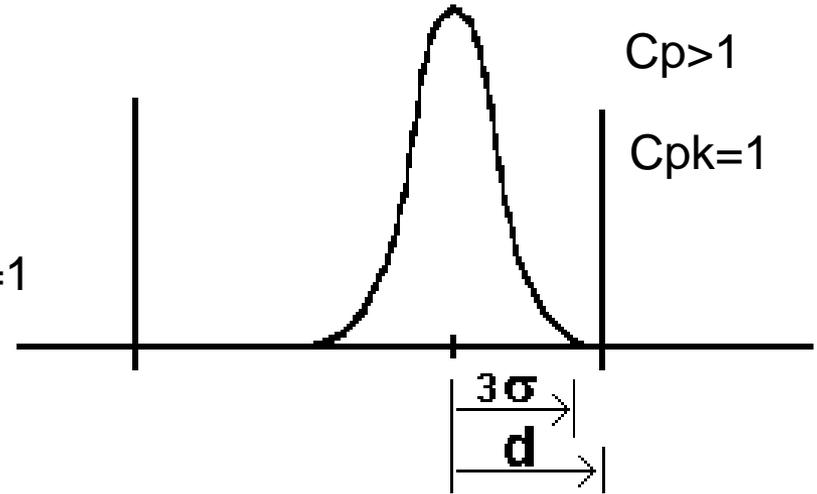
$C_p=1$

$C_{pk}=1$

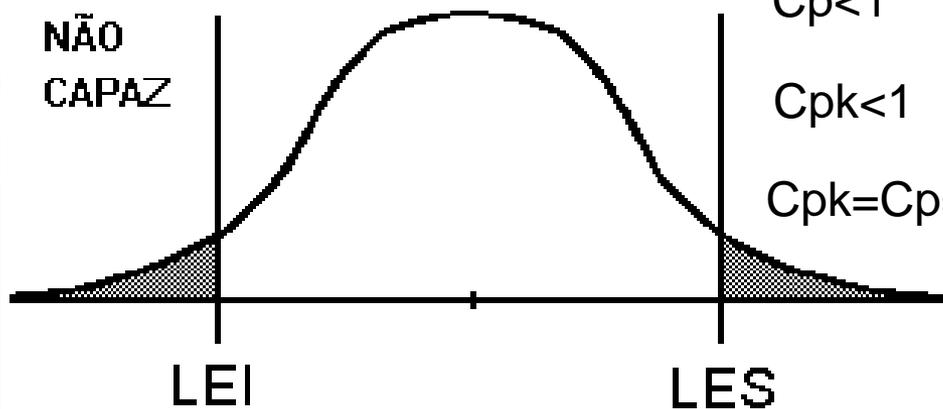
$C_{pk}=C_p=1$

$C_p>1$

$C_{pk}=1$



NÃO
CAPAZ



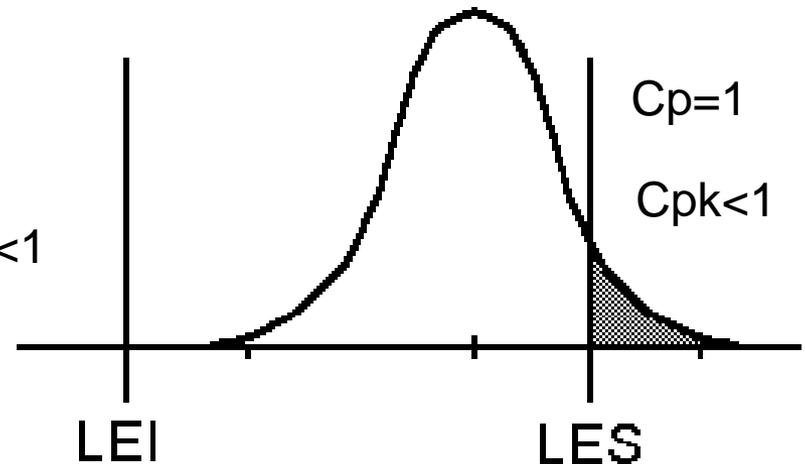
$C_p<1$

$C_{pk}<1$

$C_{pk}=C_p<1$

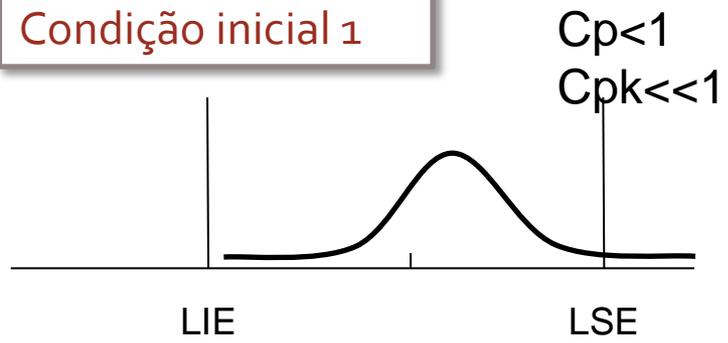
$C_p=1$

$C_{pk}<1$

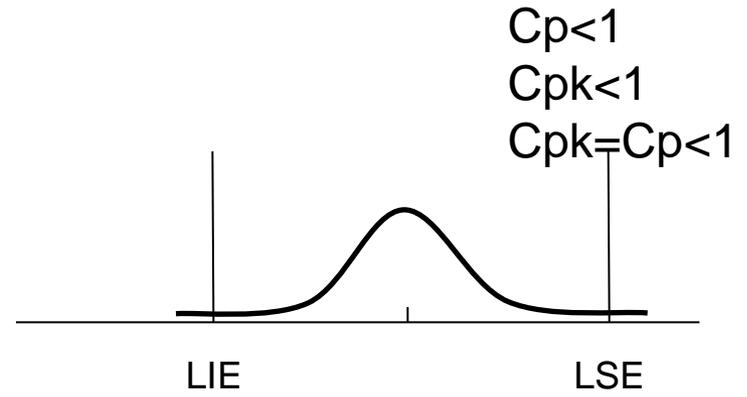


Passo 4: Avaliação da capacidade

Condição inicial 1



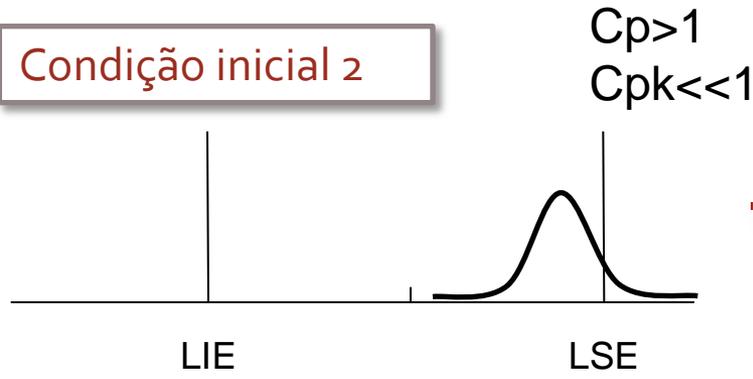
Descentralizado e não capaz



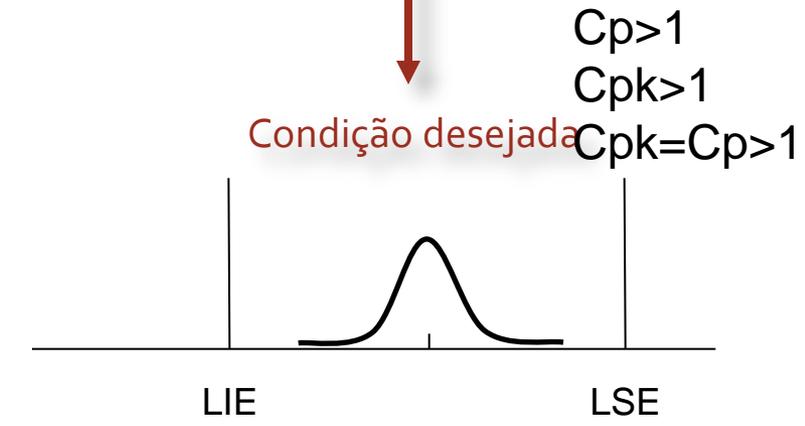
Centralizado e não capaz



Condição inicial 2



Descentralizado e não capaz



Centralizado e capaz

Condição desejada

Passo 4: Avaliação da capacidade

- Índice usado para avaliação de características com limites bilaterais

Fornecido pelo cliente

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6 \cdot \hat{\sigma}} = \frac{\text{especificação}}{\text{dispersão}}$$

$$1/\hat{C}_p \cdot 100 = \% \text{ uso da faixa de especificação}$$

Devido somente às causas comuns de variabilidade

- C_p indica a capacidade potencial do processo, caso centralizado, de fabricar um produto que atenda as especificações do cliente.

$C_p < 1$	Processo potencialmente não capaz
$C_p \geq 1$	Processo potencialmente capaz

Passo 4: Avaliação da capacidade

Para o exemplo anterior, LSE = 90 e LIE = 50

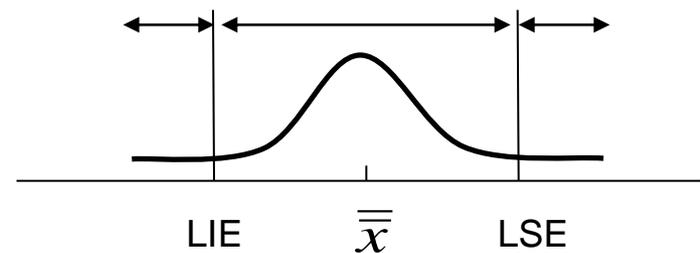
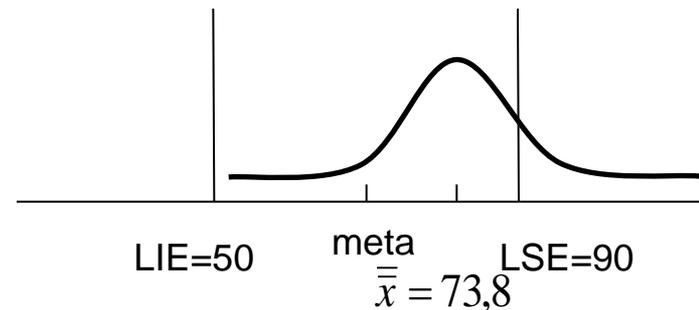
$$\bar{x} = 73,8$$

$$\bar{R} = 17,3$$

$$n = 5 \rightarrow d_2 = 2,33$$

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2 = 17,3/2,33 = 7,42$$

$$\hat{C}_p = \frac{90 - 50}{6 \cdot 7,42} = \frac{40}{44,52} = 0,90 < \text{logo potencialmente não capaz}$$



Passo 4: Avaliação da capacidade

- A capacidade efetiva do processo é estimada pelo índice C_{pk} que considera a média atual do processo

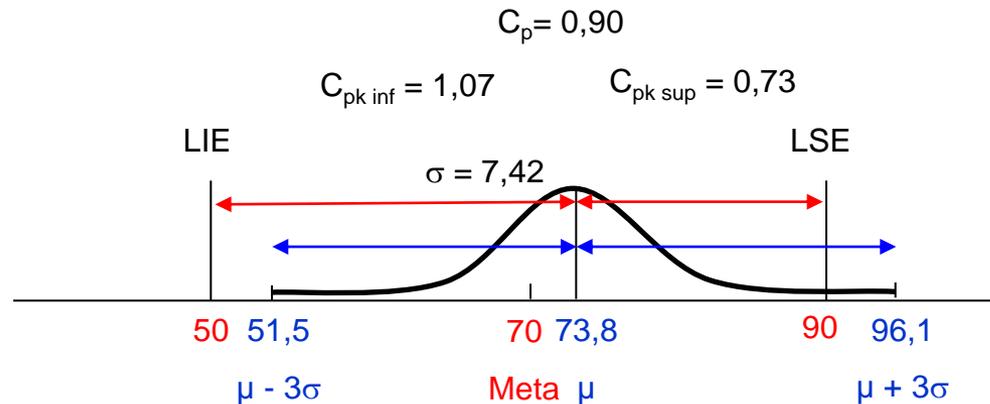
$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \hat{C}_{pk_{sup}}; \hat{C}_{pk_{inf}} \right\} = \min \left\{ \frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3 \cdot \hat{\sigma}}; \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3 \cdot \hat{\sigma}} \right\}$$

- Processos com menor C_{pk} devem ser priorizados nas ações de melhoria
 - $C_{pk} < 1$ → Processo efetivamente não capaz
 - $C_{pk} \geq 1$ → Processo efetivamente capaz (< 0,27% de defeituosos)
 - $C_{pk_{inf}} = C_{pk_{sup}} = C_p$ → Processo centrado

Passo 4: Avaliação da capacidade

Para o exemplo anterior:

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3 \cdot \hat{\sigma}}; \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3 \cdot \hat{\sigma}} \right\} = \min \left\{ \frac{90 - 73,8}{3 \cdot 7,42}; \frac{73,8 - 50}{3 \cdot 7,42} \right\} = \min \{ 0,73; 1,07 \} = 0,73$$



Esse valor indica a capacidade efetiva do processo em atender as especificações do cliente considerando a localização da média.

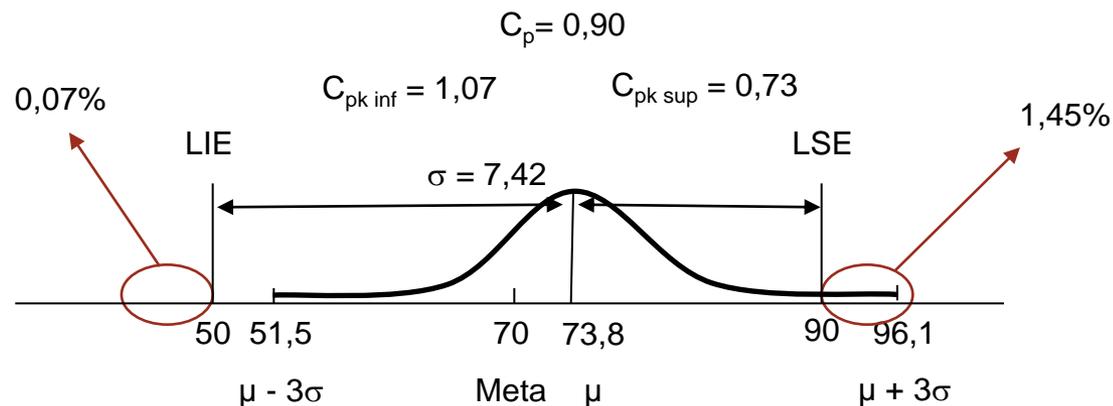
Passo 4: Avaliação da capacidade

Para o exemplo anterior o percentual fora de especificação:

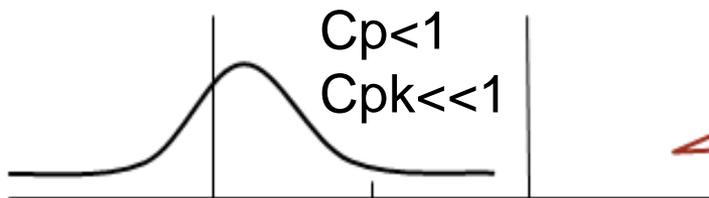
$$P\{x \leq 50\} = P\left\{z \leq \frac{50 - 73,8}{7,42}\right\} \equiv \Phi\left(\frac{50 - 73,8}{7,42}\right) \equiv \Phi(-3,21) = 0,000669 = 0,07\%$$

$$P\{x > 90\} = 1 - P\{x \leq 90\} = 1 - P\left\{z \leq \frac{90 - 73,8}{7,42}\right\} \equiv 1 - \Phi\left(\frac{90 - 73,8}{7,42}\right) \equiv 1 - \Phi(2,18) \equiv 1 - 0,985492 = 0,014507$$

$$P\{\text{fora de especificação}\} = P\{x \leq 50\} + P\{x \geq 90\} = 0,000669 + 0,014507 = 0,015177 \text{ ou } 15177 \text{ ppm}$$

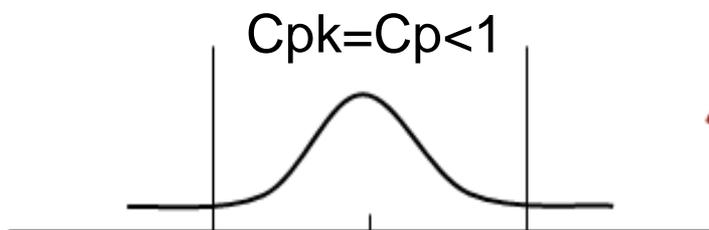


Avaliação da capacidade



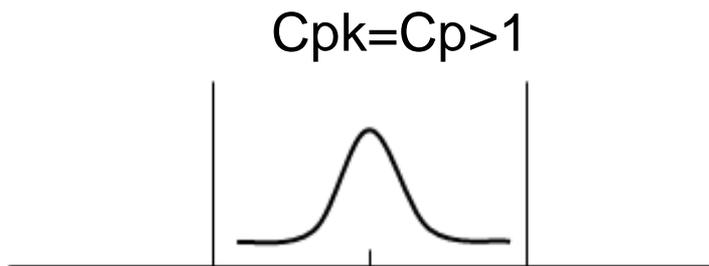
LIE

LSE



LIE

LSE



LIE

Meta

LSE

Processo não capaz e descentralizado

- Ajuste de máquina

Processo não capaz e centralizado

Ordem da realização das estratégias

- Programa de treinamento, revisão de procedimentos
- Troca de fornecedor (matéria prima de maior qualidade)
- Investigação de novos parâmetros de processo (projeto de experimentos)
- Re-design do produto (projeto de experimentos pode auxiliar)
- Troca de processo (nova tecnologia)
- Negociação com o cliente por limites mais largos

Processo capaz e centralizado

Índices de capacidade

O processo para ser considerado capaz deve apresentar um $C_{pk} \geq 1$

O índice C_{pk} que mede a capacidade real do processo é sempre menor ou igual ao índice C_p que mede a máxima capacidade do processo quando ele está centrado

O índice C_{pk} é sempre menor do que o índice C_p quando o processo está descentrado e igual ao C_p quando está centrado

$C_{pk} < 1$ Processo não capaz

$C_{pk} \geq 1$ Processo capaz

$C_{pk} < C_p$ Processo descentrado

$C_{pk} = C_p$ Processo centrado

Índices de capacidade

$C_{pk} = 1$ é condição necessária para a especificação do cliente contemple 6sigma 99,73% da peças produzidas e que a fração de defeituosos seja de 0,27%.

Muitas empresas utilizam como padrão de qualidade a meta $C_{pk} > 1,33$ que garante que a especificação contemple 8 sigma do processo ou $C_{pk} > 1,67$ que garante 10 sigma dentro da tolerância

Neste caso devemos igualar o C_p ao valor desejado e isolar e calcular o valor do sigma correspondente

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6 \cdot \sigma} = 1,33$$

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6 \cdot \sigma} = 1,67$$

$$\sigma = \frac{LES - LEI}{6 \cdot 1,33} = \frac{LES - LEI}{8}$$

$$\sigma = \frac{LES - LEI}{6 \cdot 1,67} = \frac{LES - LEI}{10}$$

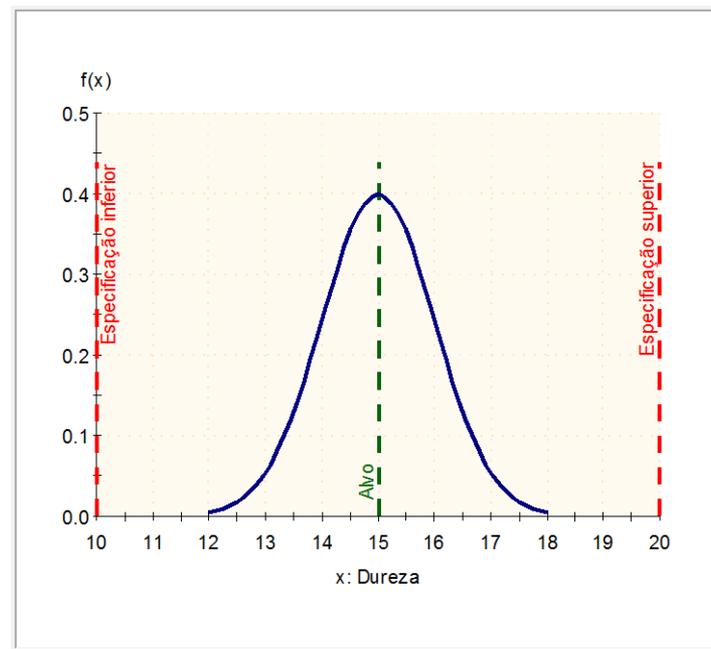
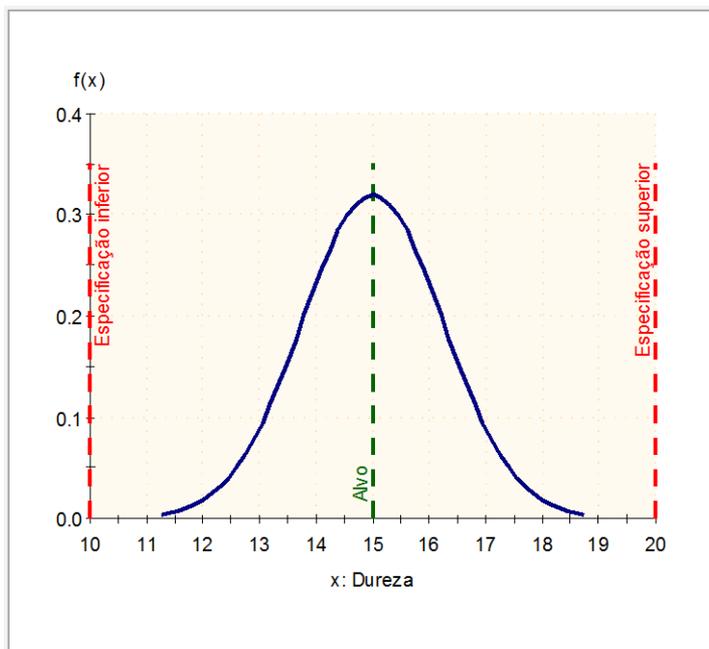
Índices de capacidade

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6 \cdot \sigma} = 1,33$$

$$\sigma = \frac{LES - LEI}{6 \cdot 1,33} = \frac{LES - LEI}{8}$$

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6 \cdot \sigma} = 1,67$$

$$\sigma = \frac{LES - LEI}{6 \cdot 1,67} = \frac{LES - LEI}{10}$$



Índices de capacidade

O valor de C_{pk} auxilia na decisão sobre onde concentrar os esforços de engenharia.

Processos com menor C_{pk} devem ser priorizados nas ações de melhoria.

No caso de um processo com $C_{pk} < 1$ e $C_p > 1$, basta centrar o processo que ele se tornará capaz.

Esse é um processo que com pouco investimento consegue torná-lo capaz, pois centrar o processo geralmente é uma tarefa fácil

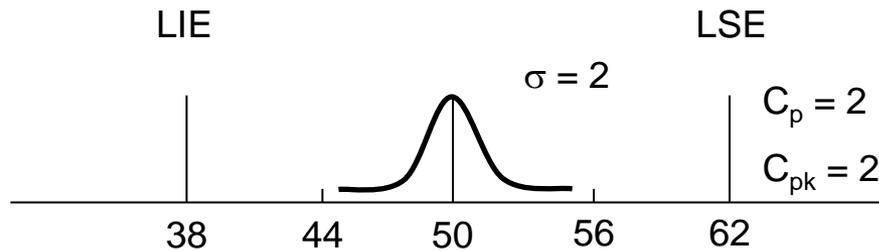
Dessa forma processos com $C_{pk} < 1$ e $C_p > 1$ devem ser priorizados nas ações de melhoria.

Índices de capacidade

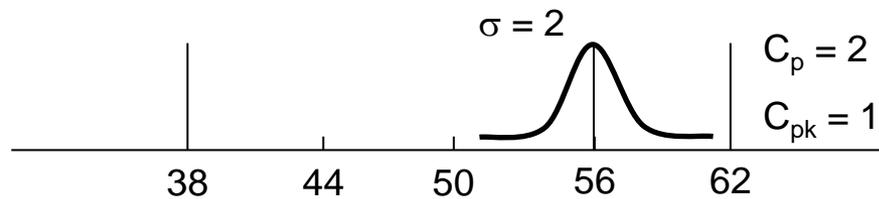
Caso a característica de qualidade for do tipo maior-é-melhor, o valor do LSE é teoricamente infinito, logo a avaliação da capacidade é somente com o $C_{pk inferior}$

Caso a característica de qualidade for do tipo menor-é-melhor, o valor do LIE é teoricamente zero, logo a avaliação da capacidade é somente com o $C_{pk superior}$

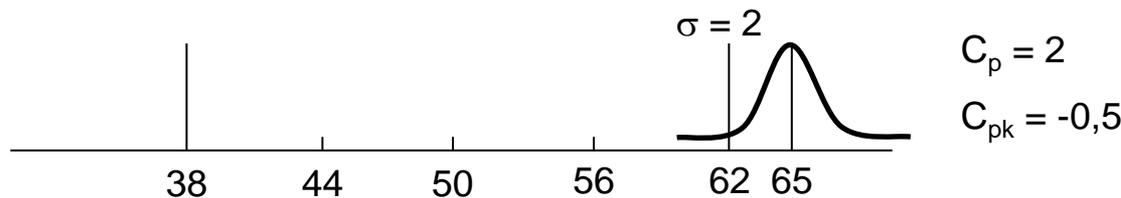
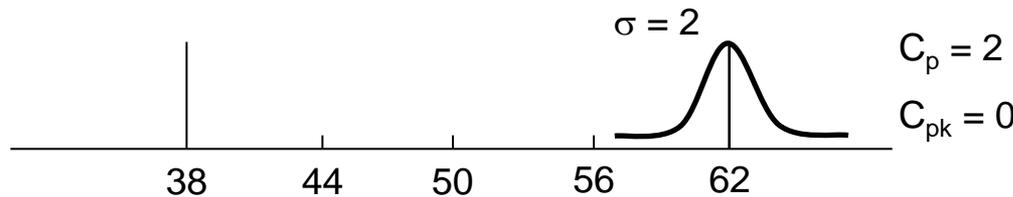
Passo 4: Avaliação da capacidade



Capaz e centrado



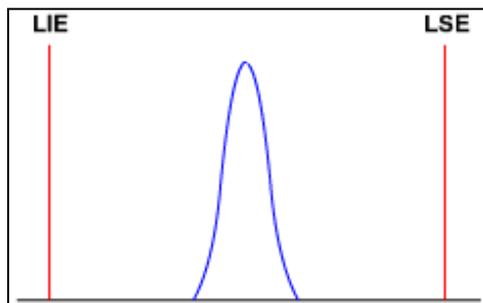
Capaz, mas não centrado



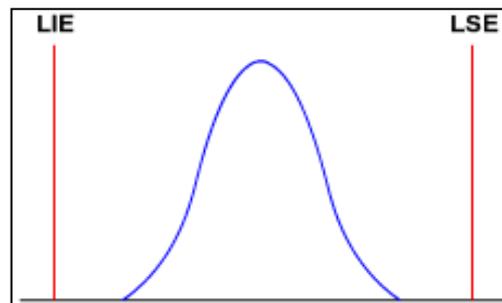
Efetivamente não capaz ($C_{pk} < 1$) pois não está centrado

Potencialmente capaz ($C_p > 1$)

Avaliação da capacidade



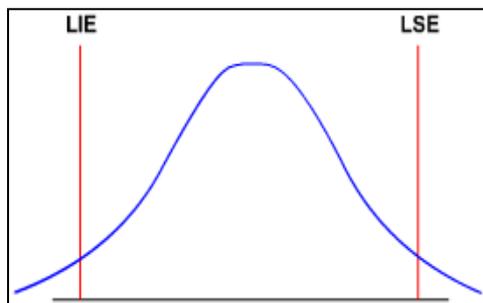
$C_p \gg 1$
 $C_{pk} \gg 1$
 $C_{pk} = C_p \gg 1$



$C_p > 1$
 $C_{pk} > 1$
 $C_{pk} = C_p > 1$

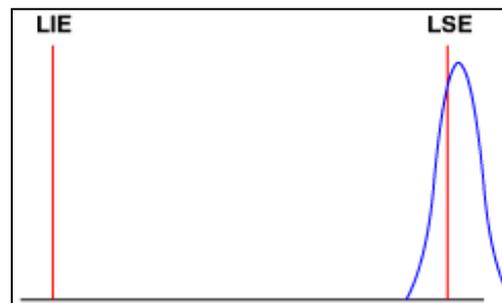
C_p e C_{pk} excelente: Processo com baixa variação em relação aos LE e centralizado

C_p e C_{pk} bons: Processo com baixa variação em relação aos LE e centralizado



$C_p < 1$
 $C_{pk} < 1$
 $C_{pk} = C_p < 1$

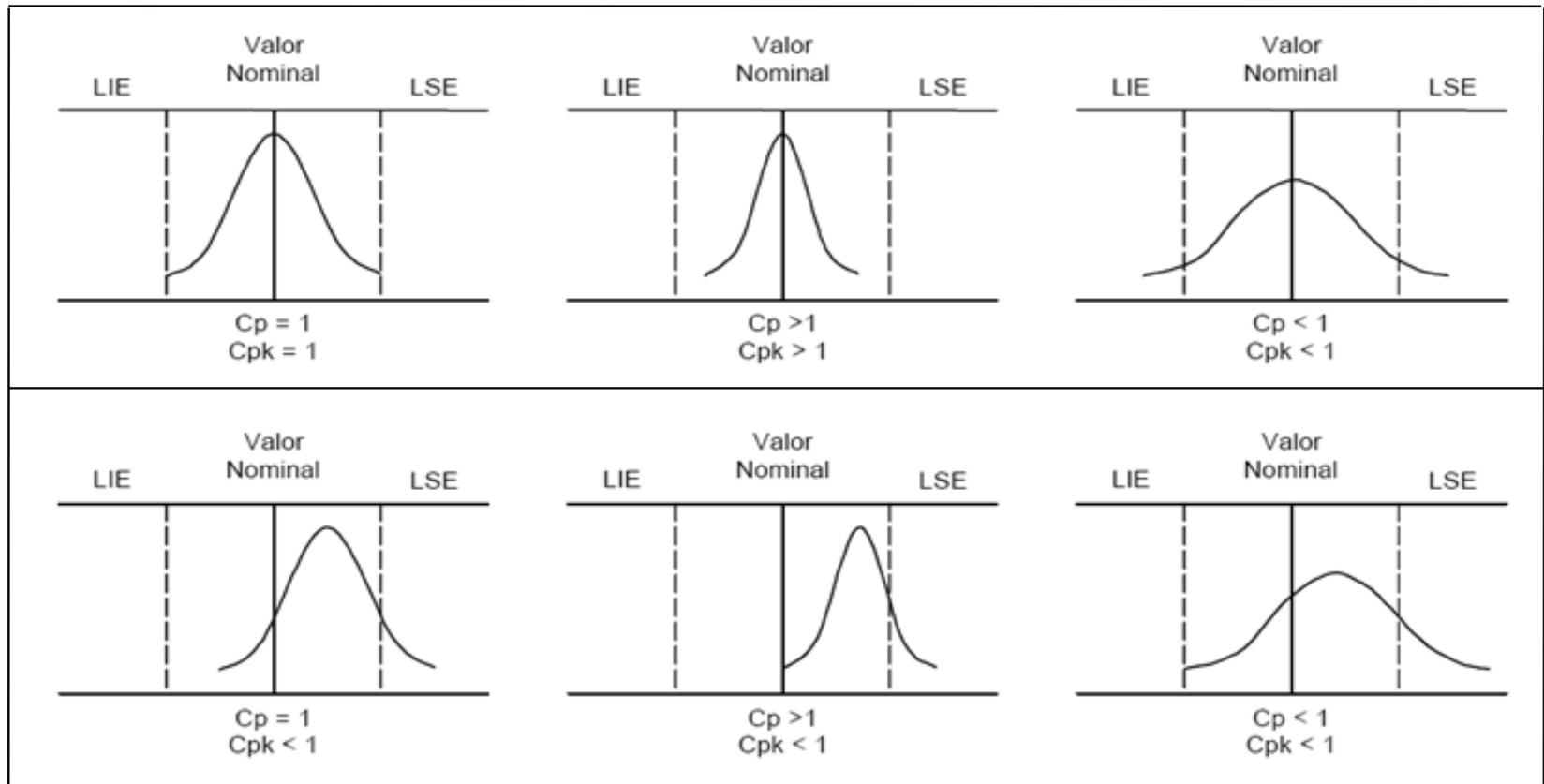
C_p e C_{pk} ruins: Processo com alta variação em relação aos LE e centralizado



$C_p \gg 1$
 $C_{pk} \ll 1$

C_p excelente e C_{pk} ruim: Processo com baixa variação em relação aos LE, porém descentralizado

Avaliação da capacidade



Demonstração

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$$
$$\hat{\sigma} = \bar{s}/c_4$$

Médias

$$LSC = \mu + L_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + L_{\alpha/2}\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + L_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + L_{\alpha/2}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + 3\frac{(\bar{R}/d_2)}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

$$LIC = \mu - L_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - L_{\alpha/2}\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - L_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - L_{\alpha/2}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - 3\frac{(\bar{R}/d_2)}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

Amplitudes

$$LSC = \bar{R} + L_{\alpha/2}\sigma_R = \bar{R} + L_{\alpha/2}d_3\sigma = \bar{R} + L_{\alpha/2}d_3\hat{\sigma} = \bar{R} + L_{\alpha/2}d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} + 3d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = D_4\bar{R}$$

$$LIC = \bar{R} - L_{\alpha/2}\sigma_R = \bar{R} - L_{\alpha/2}d_3\sigma = \bar{R} - L_{\alpha/2}d_3\hat{\sigma} = \bar{R} - L_{\alpha/2}d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} - 3d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = D_3\bar{R}$$

$$D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2} \quad D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$$